



**FACULTAD DE INGENIERÍA  
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL MECÁNICA**

**Influencia del tamaño de sistemas de partículas en su  
velocidad de sedimentación, representada por la función de  
corrección propuesta por Richardson & Zaki, aplicada a  
suspensiones estables de partículas de orden micrométrico**

**MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
INGENIERO CIVIL MECÁNICO**

**PROF. GUÍA: DR. ING. GONZALO SALINAS S.**

**JUAN RIQUELME SALAS**

**CURICÓ - CHILE  
2021**

## CONSTANCIA

La Dirección del Sistema de Bibliotecas a través de su encargado Biblioteca Campus Curicó certifica que el autor del siguiente trabajo de titulación ha firmado su autorización para la reproducción en forma total o parcial e ilimitada del mismo.



UNIVERSIDAD DE TALCA  
DIRECCIÓN  
SISTEMA DE BIBLIOTECAS

UNIVERSIDAD DE TALCA  
SISTEMA DE BIBLIOTECAS  
CAMPUS CURICO

Curicó, 2022

## **AGRADECIMIENTOS**

*Quiero agradecer a todas aquellas personas que, de alguna u otra forma, fueron participes de esta etapa de formación académica profesional y de la presente memoria.*

*En primer lugar, agradecer a mis padres y hermanos, por el apoyo, las oportunidades y todo lo brindado en estos años, sin ustedes no hubiera sido posible.*

*Asimismo, quiero agradecer a los docentes y personal de la universidad, que fueron participes en esta etapa académica. En especial, al profesor Dr. Ing. Gonzalo Salinas Salas, por su disposición y buena voluntad cada vez que lo necesité, así como su guía y enseñanza en la realización de esta memoria de título.*

*De igual manera, agradezco a mis amigos, especialmente, los que me brindó esta etapa universitaria, por su apoyo, risas y todos los buenos momentos vividos, tanto dentro, como fuera de la Universidad. Sin duda, de lo mejor de esta etapa. Que los lazos formados perduren en los años.*

*Gracias a Dios y a cada uno de ustedes, pude lograr con éxito la realización de esta memoria y espero, que, de igual forma, el término de esta etapa de formación profesional.*

*Juan Ignacio Riquelme Salas*

## DEDICATORIA

*Dedicado a mis padres,  
Jaatil Salas y Juan Riquelme  
Todo esto, es gracias a ustedes.*

## RESUMEN

La velocidad efectiva de sedimentación se puede obtener mediante el cálculo de la ecuación de velocidad de sedimentación teórica para una partícula única planteada por Stokes, multiplicada por una función de corrección. Dentro de las funciones de corrección, la más utilizada es la formulación semi empírica desarrollada por Richardson & Zaki en 1954. La cual, se basa en elevar la porosidad del sistema a un exponente empírico. Dicho exponente, adopta un valor constante de 4,65, para valores de escurrimiento de número de Reynolds menores a 0,25, independiente del tamaño de las partículas que sedimentan.

La presente memoria de título muestra los antecedentes teóricos, la metodología y procedimiento experimental, así como los cálculos, sus resultados y análisis que se alcanzaron, al analizar el comportamiento de tres sistemas de partículas de tamaños de orden micrométricos, que, en este caso, corresponden a 1,5, 1,0 y 0,2  $\mu\text{m}$ , denominadas Geltech 1500, 1000 y 200, con el fin de determinar la validez de la función de corrección de Richardson & Zaki en este tipo de sistemas de partículas. Para esto, se desarrolló un proceso experimental, utilizando suspensiones estables en agua a distintas concentraciones para cada sistema de partículas y empleando una centrifuga analítica, se midieron las velocidades de sedimentación, para luego realizar el análisis correspondiente.

Los resultados arrojaron que el orden de tamaño influye en el valor que adopta la función de corrección de Richardson & Zaki, ya que, el exponente creció a valores del orden de 10 para los sistemas de partículas analizados. Este incremento, se debería a la influencia de ciertos fenómenos, siendo los más relevantes las interacciones entre las partículas, los efectos hidrodinámicos, entre otros. El nuevo valor obtenido para el exponente de la función de corrección demuestra una mejor predicción en el comportamiento de los valores de velocidad de sedimentación efectiva para los tamaños de sistemas de partículas utilizados, lo que resulta de interés al momento de diseñar equipos y sistemas de sedimentación, tanto como por su precisión como por sus costos.

## ÍNDICE GENERAL

AGRADECIMIENTOS.....	ii
DEDICATORIA.....	iii
RESUMEN.....	iv
ÍNDICE GENERAL.....	v
ÍNDICE DE FIGURAS.....	x
ÍNDICE DE GRÁFICOS.....	xi
ÍNDICE DE TABLAS.....	xii
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1. ANTECEDENTES Y MOTIVACIÓN.....	2
1.2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.....	3
1.3. SOLUCIÓN PROPUESTA.....	4
1.4. OBJETIVOS.....	5
1.4.1. Objetivo general.....	5
1.4.2. Objetivos específicos.....	5
1.5. ALCANCES DEL PROYECTO.....	6
1.6. METODOLOGÍA Y HERRAMIENTAS UTILIZADAS.....	7
1.1.1. Primera fase.....	7
1.1.2. Segunda fase.....	8
1.1.3. Tercera fase.....	8
1.1.4. Cuarta fase.....	10
1.7. RESULTADOS ESPERADOS.....	11
1.8. ORGANIZACIÓN DE LA MEMORIA ESCRITA.....	12
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO.....	13
2.1 SEDIMENTACIÓN.....	14

2.2	TIPOS DE SEDIMENTACIÓN.....	15
2.2.1	Sedimentación discreta.....	15
2.2.2	Sedimentación con floculación.....	15
2.2.3	Sedimentación zonal.....	15
2.3	TÉCNICAS DE SEDIMENTACIÓN .....	16
2.3.1	Sedimentación por gravedad .....	16
2.3.2	Sedimentación centrífuga.....	16
2.4	MÉTODOS DE ANÁLISIS DE SEDIMENTACIÓN .....	16
2.5	SEDIMENTACIÓN DE UNA PARTÍCULA EN UN CAMPO GRAVITACIONAL ..	18
2.5.1	Fuerza de aceleración .....	19
2.5.2	Fuerza de flotación o empuje.....	20
2.5.3	Fuerza de arrastre.....	21
2.5.4	Número de Reynolds .....	21
2.6	VELOCIDAD TERMINAL O VELOCIDAD DE STOKES.....	22
2.7	SEDIMENTACIÓN EN CAMPO CENTRIFUGO .....	23
2.7.1	Movimiento acelerado de partículas.....	25
2.7.2	Fuerza centrífuga.....	25
2.8	VELOCIDAD TERMINAL DE SEDIMENTACIÓN EN UN CAMPO CENTRIFUGO .....	26
2.9	EFFECTO DE LA CONCENTRACIÓN EN LA VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN.....	27
2.10	FUNCIONES DE CORRECCIÓN DE VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN.....	28
2.10.1	Función de corrección ecuación de continuidad.....	28
2.10.2	Función de corrección de Richardson & Zaki.....	29
2.11	VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN EFECTIVA .....	31

2.12 MÉTODOS DE MEDICIÓN DE PARTÍCULAS .....	31
2.12.1 Sistemas de medición ópticos.....	32
2.12.2 Centrífuga de fotosedimentación.....	34
2.13 ERRORES EXPERIMENTALES .....	35
2.13.1 Método de mínimos cuadrados.....	36
2.13.2 Coeficiente de correlación de Pearson.....	37
CAPÍTULO 3.    DESARROLLO DE LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA .....	39
3.1. DESCRIPCIÓN DE LOS SISTEMAS DE PARTÍCULAS.....	40
3.1.1 Geltech 200.....	41
3.1.2 Geltech 1000.....	42
3.1.2 Geltech 1500.....	44
3.2 DESCRIPCIÓN DE LAS SUSPENSIONES .....	45
3.3 EQUIPOS EMPLEADOS .....	46
3.3.1 Equipo de medición: Shimadzu SA-CP3.....	46
Equipos utilizados para preparación y control de suspensiones.....	48
3.3.2 Balanza de laboratorio SARTORIUS.....	48
3.3.3 Agitador magnético .....	48
3.3.4 Homogeneizador ULTRA TURRAX.....	48
3.3.5 Homogeneizador ultrasónico.....	49
3.3.6 Espectrómetro de difracción láser .....	49
3.3.7 Microscopio electrónico de barrido.....	49
3.3.8 Medidor de pH.....	49
3.4 PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL.....	50
3.4.1 Metodología para preparación y dispersión de suspensiones.....	50
3.4.2 Metodología para medición.....	51

3.5 VELOCIDAD EXPERIMENTAL .....	52
Geltech 200.....	52
Geltech 1000.....	53
Geltech 1500.....	54
3.6 CÁLCULO DE VELOCIDAD DE STOKES .....	54
3.7 VELOCIDAD NORMALIZADA .....	55
Geltech 200.....	56
Geltech 1000.....	57
Geltech 1500.....	58
3.8 CONTRASTE SISTEMAS DE PARTÍCULAS Y FUNCIÓN DE CORRECCIÓN DE RICHARDSON & ZAKI .....	59
3.9 AJUSTE DE CURVA Y DETERMINACIÓN DEL EXPONENTE “n” .....	61
3.10 CONTRASTE ENTRE LOS AJUSTES DE CURVA PARA LOS TRES DISTINTOS TAMAÑOS DE PARTÍCULAS .....	63
3.11 ERRORES ABSOLUTOS Y RELATIVOS DE LA VELOCIDAD EFECTIVA DE SEDIMENTACIÓN .....	65
CAPÍTULO 4. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS .....	69
4.1 PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS .....	70
4.2 ANÁLISIS DE LOS SISTEMAS DE PARTÍCULAS.....	71
4.3 ANALISIS DEL COMPORTAMIENTO .....	74
4.4 VALIDEZ DEL COMPORTAMIENTO .....	75
4.5 ANÁLISIS DE LOS EXPONENTES OBTENIDOS A PARTIR DE LA TEORIA DE ERRORES .....	76
CONCLUSIONES.....	81
REFERENCIAS .....	84
ANEXO 1: DATOS TÉCNICOS DE LOS EQUIPOS DE LABORATORIO .....	88

1.1 Homogeneizador ULTRA TURRAX T50.....	88
1.2 Homogeneizador ultrasónico VCX 500 .....	88
1.3 Balanza SARTORIUS AC 210S .....	89
1.4 Espectrómetro de difracción laser HELOS .....	89
1.5 Microscopio electrónico ZEISS GEMINI .....	90
ANEXO 2: DISTRIBUCIONES DE TAMAÑOS .....	91
2.1 Tabla de distribuciones de tamaño para Geltech 200.....	91
2.2 Tabla de distribuciones de tamaño para Geltech 1000.....	91
2.3 Tabla de distribuciones de tamaño para Geltech 1500.....	92
ANEXO 3: DEMOSTRACIONES DE CÁLCULOS .....	93
3.1 Cálculo de la velocidad de Stokes .....	93
3.2 Cálculo de velocidad normalizada.....	93
3.3 Cálculo factor de corrección.....	94
3.4 Cálculo de velocidad efectiva.....	94
3.5 Cálculo de errores absolutos y relativos.....	94
3.6 Cálculo del número de Reynolds.....	95
ANEXO 4: VALORES PARA GRÁFICOS DE LA FUNCIÓN DE RICHARDSON & ZAKI.....	96
ANEXO 5: VALORES PARA GRÁFICOS DOBLE LOGARÍTMICOS.....	97

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1: Diagrama cuerpo libre de una partícula sedimentando en campo gravitacional.....	18
Figura 2.2: Representación de los efectos producidos en la sedimentación centrifuga .....	24
Figura 2.3: Diagrama cuerpo libre de una partícula sedimentando en campo centrifugo .....	26
Figura 2.4: Medición fotométrica por extinción.....	34
Figura 2.5: Centrifuga de fotosedimentación .....	35
Figura 3.1: Partículas Geltech 200. ....	42
Figura 3.2: Partículas Geltech 1000 .....	44
Figura 3.3: Partículas Geltech 1500. ....	45
Figura 3.4: Shimadzu SA-CP3 .....	47

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 2.1: Función de corrección de velocidad de sedimentación de Richardson & Zaki ....	30
Gráfico 3.1: Distribuciones de tamaño Geltech 200.....	41
Gráfico 3.2: Distribuciones de tamaño Geltech 1000.....	43
Gráfico 3.3: Distribuciones de tamaño Geltech 1500.....	44
Gráfico 3.4: Velocidad normalizada dependiendo de la concentración volumétrica para Geltech 200.....	57
Gráfico 3.5: Velocidad normalizada dependiendo de la concentración volumétrica para Geltech 1000 .....	58
Gráfico 3.6: Velocidad normalizada dependiendo de la concentración volumétrica para Geltech 1500 .....	59
Gráfico 3.7: Contraste entre sistemas de partículas y función de corrección.....	60
Gráfico 3.8: Ajuste por línea de tendencia para Geltech 200.....	62
Gráfico 3.9: Ajuste por línea de tendencia para Geltech 1000.....	62
Gráfico 3.10: Ajuste por línea de tendencia para Geltech 1500.....	63
Gráfico 3.11: Comparación ajuste de los tres sistemas de partículas .....	64
Gráfico 4.1: Función de corrección de Richardson & Zaki para distintos valores de "n" en contraste con las mediciones de los sistemas de partículas .....	78

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1: Exponente función de corrección según número de Reynolds.....	30
Tabla 3.1: Diámetros representativos de los sistemas de partículas.....	41
Tabla 3.2: Datos iniciales Geltech 200.....	42
Tabla 3.3: Datos iniciales Geltech 1000.....	43
Tabla 3.4: Datos iniciales Geltech 1500.....	45
Tabla 3.5: Datos iniciales para suspensiones.....	46
Tabla 3.6: Datos iniciales de las mediciones realizas.....	52
Tabla 3.7: Velocidad experimental para Geltech 200 .....	53
Tabla 3.8: Velocidad experimental para Geltech 1000 .....	53
Tabla 3.9: Velocidad experimental para Geltech 1500 .....	54
Tabla 3.10: Velocidad de Stokes para cada sistema de partículas.....	55
Tabla 3.11: Velocidad normalizada para Geltech 200 .....	56
Tabla 3.12: Velocidad normalizada para Geltech 1000 .....	57
Tabla 3.13: Velocidad normalizada para Geltech 1500 .....	58
Tabla 3.14: Resumen de los ajustes realizados a los tres tamaños de partículas.....	64
Tabla 3.15: Contraste errores de la velocidad efectiva para Geltech 200. ....	66
Tabla 3.16: Contraste errores de la velocidad efectiva para Geltech 1000 .....	67
Tabla 3.17: Contraste errores de la velocidad efectiva para Geltech 1500. ....	67
Tabla 4.1: Presentación de resultados finales.....	70
Tabla 4.2: Promedio de errores relativos y absolutos para la velocidad efectiva dependiendo del exponente n.....	77

## GLOSARIO DE TÉRMINOS

Símbolo	Definición	Unidad
$A_e$	: Área específica de extinción	$m^2$
$a$	: Aceleración	$m/s^2$
$a_c$	: Aceleración centrífuga	$m/s^2$
$C$	: Concentración volumétrica del sistema de partículas	-
$D_p$	: Diámetro de la partícula	$m$
$E$	: Extinción	-
$F_a$	: Fuerza de arrastre	$N$
$F_f$	: Fuerza de flotación	$N$
$F_c$	: Fuerza centrífuga	$N$
$F_I$	: Fuerza de inercia	$N$
$F_w$	: Fuerza de aceleración	$N$
$f(C)$	: Factor de corrección	-
$g$	: Aceleración de gravedad	$m/s^2$
$K_{ext}$	: Coeficiente de extinción	-
$m_p$	: Masa de la partícula	$kg$
$L$	: Ancho de la cubeta	$m$
$n$	: Exponente de la función de corrección	-
$r$	: Radio	$m$

$T$	: Transmisión	-
$t$	: Tiempo	$s$
$Re$	: Número de Reynolds	-
$V_p$	: Volumen de la partícula	$m^3$
$v_s$	: Velocidad de sedimentación de las partículas asimétrica individual	$m/s$
$v$	: Velocidad	$m/s$
$v_{st}$	: Velocidad de Stokes	$m/s$
$v_{sc}$	: Velocidad de Stokes en campo centrifugo	$m/s$
$v_{ts}$	: Velocidad de sedimentación de una partícula esférica de igual volumen	$m/s$
$v_{stc}$	: Velocidad sedimentación efectiva	$m/s$
$y$	: Posición de la partícula	$m$
$z$	: Factor de incremento de aceleración	-
$\rho_f$	: Densidad del fluido	$kg/m^3$
$\rho_p$	: Densidad de la partícula	$kg/m^3$
$\mu$	: Viscosidad dinámica	$Pa \cdot s$
$\omega$	: Velocidad angular	$rad/s$

## **CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN**

## 1.1. ANTECEDENTES Y MOTIVACIÓN

Dentro de la ingeniería de procesos mecánicos se encuentra el estudio del proceso de sedimentación, la cual, básicamente, es la separación solido-fluido debido al movimiento de las partículas (o sólidos), desde un nivel de energía más alto a uno menor, causado por un campo de fuerza, el cual puede ser gravitacional o centrifugo.

Este proceso es de gran importancia, utilizado desde la antigüedad para la separación de sólidos o clarificación de líquidos, hasta la actualidad, donde tecnologías de descontaminación, industria del revestimiento, el tratamiento de aguas residuales y potabilización del agua, utilizan equipos basados en la sedimentación, como, por ejemplo: ciclones, decantadores, hidrociclones, desarenadores, entre otros.

Para el diseño de estos equipos y el estudio de la sedimentación, es de vital importancia el estudio del comportamiento de las partículas, así como la velocidad de sedimentación de estas. George Stokes planteó una fórmula teórica para describir el comportamiento de una partícula única sedimentando. Sin embargo, la ecuación de velocidad de Stokes solo considera factores como densidad, diámetro de las partículas, el campo de fuerza y la viscosidad, lo que aleja el valor de la realidad, ya que, intervienen otros parámetros como la concentración, forma de la partícula, entre otras. Para ajustar la velocidad de Stokes, surgen las denominadas funciones de corrección, entre las cuales se encuentran la basada en la ecuación de continuidad, Brauer & Krieger, Richardson & Zaki, Steinour, etc. La función de corrección propuesta por Richardson & Zaki, es la más aceptada y utilizada hoy en día, empero, su ajuste para partículas micrométricas es cuestionado por distintos autores.

El docente de la Universidad de Talca, Dr. Ing. Gonzalo Salinas Salas, ha realizado una variedad de estudios en este campo de investigación y en su estadía en el Arbeitgruppe für Mechanische Verfahrenstechnik an der Technische Universität Dresden ( Grupo de trabajo de ingeniería de procesos mecánicos de la Universidad Técnica de Dresde), obtuvo una serie de mediciones de sistemas de partículas, suspensiones y velocidad de sedimentación bajo ambientes controlados y equipos de laboratorio adecuados, lo que dio lugar a la oportunidad y motivación para realizar

el estudio de la influencia de tres distintos sistemas de partículas en la velocidad de sedimentación propuesta por el factor de corrección de Richardson & Zaki.

### **1.2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA**

La función que corrige la velocidad de Stokes a valores más cercanos a la realidad y la más utilizada hoy en día, como se mencionó, anteriormente, es la propuesta por Richardson & Zaki (1954), la cual considera, principalmente, la concentración de sólidos (o en su defecto la porosidad de la suspensión) y un exponente “n”. Dicho exponente, depende del número de Reynolds, el cual, cuando es menor o igual a 0,25, es decir, para flujo laminar, “n” toma un valor constante de 4,65 independiente del tamaño de las partículas. El problema radica en que, para tamaños de partículas de orden micrométrico o micropartículas, la función de corrección de Richardson & Zaki pierde precisión y su ajuste deja de ser satisfactorio según distintos autores. Por ejemplo, Sayago (2001) señala: “Se han llevado a cabo diversos estudios teóricos y/o experimentales que permiten, tomando como base la ecuación de Richardson Y Zaki, evaluar el proceso de sedimentación de un conjunto de partículas. En ellos se ha sugerido el empleo de un ajuste de la ecuación de Richardson y Zaki” (pág. 31).

Por esto, es necesario un estudio que abarque este problema de la función de corrección de velocidad de sedimentación propuesta por Richardson & Zaki para partículas de un bajo tamaño, como las que serán utilizadas en la presente memoria, las cuales son de orden micrométrico.

El problema descrito corresponde al área de ingeniería, específicamente mecánica, ya que en la sedimentación de una partícula intervienen fuerzas mecánicas y fuerzas hidrodinámicas, lo cual se puede explicar y abordar mediante las bases de la mecánica clásica y del área de mecánica de fluidos. Además, el diseño de equipos, lo cual es otra área de esta ingeniería, que utilizan como principio de funcionamiento la sedimentación, basan su diseño en la determinación de los tamaños de sistemas de partículas, velocidad de sedimentación, entre otros.

### **1.3. SOLUCIÓN PROPUESTA**

La solución a este problema es plantear una modificación al exponente de la función de corrección propuesta por Richardson & Zaki, con el cual se logre predecir de mejor manera los valores de velocidad de sedimentación para tamaños de partículas micrométricas para las consideraciones de la presente memoria. Esto, a partir del análisis para tres tamaños distintos de sistemas de partículas: 1,5, 1,0 y 0,2  $\mu\text{m}$ , mediante gráficos logarítmicos entre la velocidad normalizada y la porosidad de las suspensiones, para determinar la influencia de las partículas micrométricas en dicha función, y a partir de la literatura científica, junto con el procedimiento experimental realizado, validar el comportamiento obtenido.

Para ello, en primer lugar, se obtendrá el diámetro representativo de los sistemas de partículas, y los datos iniciales requeridos, con lo que se calculará la velocidad de Stokes. Mediante un procedimiento experimental, se crearán suspensiones con distintas concentraciones para cada sistema de partícula, las cuales se someterán a una centrifuga analítica de sedimentación para poder realizar las mediciones de velocidad.

A partir de los datos obtenidos, se calculará la velocidad normalizada. Con este cálculo, se podrán representar los datos mediante gráficos, en los cuales se realizará un ajuste de curva mediante líneas de tendencia, lo que permitirá obtener los valores del exponente de la función de corrección de Richardson & Zaki.

El análisis y discusión de los resultados obtenidos y del procedimiento llevado a cabo llevará a concluir la influencia de los tamaños de partículas estudiados en la función de corrección de velocidad de sedimentación,

## **1.4. OBJETIVOS**

A continuación, se presentan el objetivo general y los específicos, que se pretenden lograr con la realización de la presente memoria de título.

### **1.4.1. Objetivo general**

El objetivo general de la presente memoria es:

“Analizar la influencia de tres tamaños de partículas de orden micrométrico que conforman suspensiones estables en agua, en el valor del exponente de la función de corrección de velocidad de sedimentación propuesta por Richardson y Zaki”

### **1.4.2. Objetivos específicos**

Los objetivos específicos son:

- Realizar un estado del arte acerca de la sedimentación de partículas, descripción de la velocidad de sedimentación y de la función de corrección, así como también los sistemas de medición de tamaño de partículas.
- Describir el procedimiento experimental seguido, tanto en los materiales empleados, equipos utilizados, la metodología de preparación de suspensiones estables y medición de la velocidad de sedimentación de los sistemas de partículas de tres distintos tamaños ante variaciones de concentración.
- Determinar los valores que adopta el exponente del factor de corrección de Richardson & Zaki, a partir de los valores de la velocidad de sedimentación del sistema de partículas obtenidos experimentalmente y los calculados empleando la modelación clásica de evaluación de velocidad teórica de sumergimiento.

## Capítulo 1. Introducción

- Discutir los valores obtenidos del exponente de la función de corrección de Richardson & Zaki para los tres tamaños de sistemas de partículas y el procedimiento experimental llevado a cabo.

### **1.5. ALCANCES DEL PROYECTO**

En primer lugar, el análisis de la influencia del tamaño de sistemas estables de micropartículas en el factor de corrección de velocidad de sedimentación propuesto por Richardson & Zaki, será llevado a cabo mediante tres tamaños distintos, los cuales son: 0,2, 1,0 y 1,5  $\mu\text{m}$  (nominales).

En segundo lugar, los sistemas de partículas son de calibre industrial. Cada suspensión contiene un solo tamaño de sistema de partícula y las mediciones realizadas fueron hechas por separado, por lo que existen diferentes condiciones entre cada medición.

En tercer lugar, las mediciones realizadas con los distintos sistemas de partículas y el procedimiento experimental fueron otorgados por el Dr. Ing. Gonzalo Salinas Salas, quien en su estadía en la Technische Universität Dresden (Universidad técnica de Dresde) en Alemania, llevó a cabo el procedimiento y la toma de datos bajo un ambiente controlado, donde contó con los equipos necesarios para realizar mediciones satisfactorias. Por ende, se presenta la descripción de la etapa experimental y los resultados de las mediciones.

Por último, los cálculos y gráficos realizados son exclusivamente a partir de la cantidad y valores de los datos entregados, los cuales permitirán analizar el factor de corrección de Richardson & Zaki en la velocidad de sedimentación de los tres tamaños de sistemas de partículas para poder concluir la influencia de estos.

## 1.6. METODOLOGÍA Y HERRAMIENTAS UTILIZADAS

A continuación, se detalla la metodología y herramientas, las cuales se describirán mediante actividades, recursos, tiempo y los resultados esperados para cada objetivo específico.

### 1.1.1. Primera fase

#### Objetivo:

- Realizar un estado del arte acerca de la sedimentación de partículas, descripción de la velocidad de sedimentación y de la función de corrección, así como también los sistemas de medición de tamaño de partículas.

#### Metodología:

Actividades:	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Análisis del problema de ingeniería a resolver.</li><li>▪ Búsqueda de información científica acerca de la sedimentación de partículas, la teoría de la velocidad de sedimentación y la función de corrección, además de los sistemas de medición de partículas.</li></ul>
Recursos:	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Científicos: libros, tesis, artículos.</li><li>▪ Tecnológicos: notebook, programa Word ®, aplicación zoom, web, internet.</li></ul>
Tiempo:	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Corresponde a 12 semanas.</li></ul>
Resultados esperados:	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Definición y contextualización del problema, así como de los objetivos y metodología a utilizar.</li><li>▪ Marco teórico de la memoria.</li><li>▪ Adquisición de los conocimientos teóricos del tema.</li></ul>

## Capítulo 1. Introducción

### 1.1.2. Segunda fase

#### Objetivo:

- Describir el procedimiento experimental seguido, tanto en los materiales empleados, equipos utilizados, la metodología de preparación de suspensiones estables y medición de la velocidad de sedimentación de los sistemas de partículas de tres distintos tamaños ante variaciones de concentración.

#### Metodología:

Actividades:	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Investigación acerca de los equipos utilizados en la etapa experimental.</li><li>▪ Estudio sobre las metodologías empleadas en la preparación de suspensiones, mediciones de partículas y velocidad de sedimentación mediante equipos de laboratorio.</li><li>▪ Recopilación de las propiedades de las partículas, suspensiones y resultados obtenidos de las mediciones</li></ul>
Recursos:	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Científicos: libros, tesis, artículos.</li><li>▪ Tecnológicos: notebook, programa Word ®, aplicación zoom, web, internet, Excel ®.</li></ul>
Tiempo:	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Corresponde a 6 semanas.</li></ul>
Resultados esperados:	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Descripción de los equipos utilizados en el procedimiento experimental.</li><li>▪ Descripción de la metodología para la preparación de suspensiones y medición de velocidad de sedimentación.</li><li>▪ Tabulación de los datos obtenidos en la etapa experimental.</li></ul>

### 1.1.3. Tercera fase

#### Obejtivo:

- Determinar los valores que adopta el exponente del factor de corrección de Richardson & Zaki, a partir de los valores de la velocidad de sedimentación del sistema de partículas

## Capítulo 1. Introducción

obtenidos experimentalmente y los calculados empleando la modelación clásica de evaluación de velocidad teórica de sumergimiento.

### Metodología:

Actividades:	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Calcular la velocidad de Stokes y normalizada, para cada sistema de partícula, velocidad de giro y concentración de las suspensiones.</li><li>▪ Realizar gráficos doble logarítmicos de velocidad normalizada versus porosidad de las suspensiones para cada sistema de partícula.</li><li>▪ Realizar un ajuste de curva mediante líneas de tendencia a los gráficos y con ello, determinar el exponente de la función de corrección para cada sistema de partícula.</li><li>▪ Determinar los errores absolutos y relativos del exponente inicial y los nuevos en el valor de la velocidad de sedimentación efectiva.</li></ul>
Recursos:	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Científicos: libros, tesis, artículos.</li><li>▪ Tecnológicos: notebook, programa Word ®, aplicación zoom, web, internet, Excel ®.</li></ul>
Tiempo:	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Corresponde a 4 semanas.</li></ul>
Resultados esperados:	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Resultados numéricos correctos de los cálculos realizados. .</li><li>▪ Gráficos doble logaritmos ajustados por líneas de tendencia de velocidad normalizada versus porosidad de las suspensiones para cada sistema de partícula.</li><li>▪ Valores numéricos del exponente de la función de corrección para cada tamaño de sistemas de partículas.</li><li>▪ Descripción y exposición de los gráficos y cálculos realizados.</li><li>▪ Errores relativos y absolutos de los exponentes nuevos e inicial en el valor de la velocidad efectiva.</li></ul>

## Capítulo 1. Introducción

### 1.1.4 Cuarta fase

#### Objetivo:

- Discutir los valores obtenidos del exponente de la función de corrección de Richardson & Zaki para los tres tamaños de sistemas de partículas y el procedimiento experimental llevado a cabo.

#### Metodología:

Actividades:	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Análisis de los resultados obtenidos.</li><li>▪ Análisis del coeficiente de correlación de Pearson y número de Reynolds asociados a los resultados.</li><li>▪ Conclusiones acerca del proyecto de memoria.</li><li>▪ Revisión del informe de memoria.</li></ul>
Recursos:	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Tecnológicos: notebook, programa Word®, aplicación zoom, web, internet.</li></ul>
Tiempo:	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Corresponde a 5 semanas.</li></ul>
Resultados esperados:	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Comparación entre valores obtenidos del exponente de la función de corrección y la teoría.</li><li>▪ Explicación de los resultados en base científica.</li><li>▪ Propuesta de modificación a la función de corrección en base a los resultados obtenidos para partículas micrométricas.</li><li>▪ Análisis de los errores en la velocidad de sedimentación a partir del exponente nuevo e inicial.</li><li>▪ Descripción de las conclusiones del proyecto de memoria.</li><li>▪ Corrección de aspectos técnicos, formales y detalles de la memoria de título.</li></ul>

## **1.7. RESULTADOS ESPERADOS**

Al finalizar la presente memoria, se espera una modificación la función de corrección de Richardson & Zaki para partículas de orden micrométrico, basados en el análisis de la influencia de los tres diferentes tamaños de sistemas estables de partículas estudiados en la función de corrección de velocidad de sedimentación propuesto para regímenes de escurrimiento del tipo laminar.

Para alcanzar este resultado, corresponde desarrollar un conjunto de etapas, en primera instancia, se espera definir claramente el problema a desarrollar, como también los objetivos y la metodología de trabajo. Además, un estado del arte de los principios físicos y la modelación matemática, que sustenta el proceso de sedimentación y la existencia de funciones de corrección de la velocidad de sedimentación de las partículas contenidas en una suspensión estable, todo con el fin de poseer un dominio del tema abordado.

En segunda instancia, se aguarda una descripción detallada del procedimiento experimental, los sistemas de partículas y equipos empleados. Asimismo, los valores de la velocidad de sedimentación en función de la concentración volumétrica de partículas para los distintos tamaños analizados.

Luego, se espera los cálculos, la tabulación de estos y los gráficos necesarios para poder analizar el factor de corrección de Richardson y Zaki para los distintos sistemas de partículas, con el fin de determinar los valores que adopta el exponente de la función de corrección.

A continuación, la discusión de la influencia que existe del tamaño de partículas en la función de corrección mediante el análisis de los resultados y el conocimiento adquirido del tema, para plantear una modificación a dicha función para los valores de número de Reynolds menores a 0,25 y en cuanto al tamaño de las partículas.

Por último, se espera un informe científico que cumpla las condiciones y formatos requerido para su aprobación, con todo el contenido descrito anteriormente.

## **1.8. ORGANIZACIÓN DE LA MEMORIA ESCRITA**

Llegado a este punto, se da término al capítulo 1, el cual, tiene como finalidad introducir el tema a desarrollar, a partir de los antecedentes y motivación de este, la descripción del problema propiamente tal y la solución propuesta. Además, presenta el objetivo general y específicos, junto con la metodología y herramientas utilizadas, que permitirán lograr el resultado final de la memoria.

El capítulo 2, aborda el marco teórico, el cual contiene todos los fundamentos teóricos y estado del arte del tema necesarios para lograr una comprensión y dominio de este. En este capítulo, se desarrollan puntos como: la sedimentación, teoría clásica de la velocidad de sedimentación, factores de corrección, métodos de mediciones de partículas, errores asociados a procesos experimentales, entre otros.

La memoria continua con la parte experimental, la cual se encuentra en el capítulo 3. Este describe en forma detallada, los sistemas de partículas, suspensiones, equipos utilizados y procedimiento experimental llevado a cabo para la realización de la presente memoria. Además, se presentan los resultados de las mediciones, los cálculos requeridos y la tabulación de estos, para su posterior análisis.

En el capítulo 4, se analizan los resultados obtenidos, dando explicación y validez a los resultados y comportamiento observado, en base a los gráficos, cálculos y literatura técnica. Por último, la memoria finaliza con las conclusiones obtenidas a partir de toda la investigación y el estudio realizado. En anexos, se encuentran información adicional, demostraciones y datos ocupadas en la realización de la presente memoria.

## **CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO**

## 2.1 SEDIMENTACIÓN

La sedimentación puede definirse como “un proceso mecánico de separación sólido-líquido que, bajo el efecto de una fuerza externa, separa una suspensión en una corriente de alta concentración de sólidos y otra corriente libre de sólidos”, además “en este proceso, la fuerza externa que impulsa el proceso puede ser electromotriz, centrífuga, gravitacional o de otra naturaleza” (Soyago, 2001, pág.31).

Para el caso que se analiza en la presente memoria de título, las suspensiones estudiadas son estables, lo que significa que las partículas solo se encontraran sujetas a fuerzas mecánicas. En este caso, las partículas que inicialmente están inmóviles comienzan a moverse por efecto de un campo de fuerzas, gravitatorio o centrífugo, que actúa sobre una suspensión, conformada por un fluido (fase continua) y las partículas (fase discontinua). Estas últimas, se mueven hacia el nivel mínimo de energía potencial, el cual es el fondo del recipiente donde se encuentra la suspensión. En el caso de campo centrífugo, las partículas se dirigen a la posición más lejana posible desde el eje de rotación donde la fuerza aplicada por campo sobre ella es máxima.

El movimiento de las partículas depende de las propiedades del fluido, de las mismas partículas y de la suspensión que conforman. En este contexto, algunos parámetros que intervienen el proceso son: la densidad y viscosidad del fluido, la morfología, propiedades mecánicas y forma de las partículas. A lo que se agrega, las características de la suspensión, tales como la concentración de partículas presentes en esta y las fuerzas de interacción que permite que existan por efecto del fluido, entre otros factores que se abordarán en puntos siguientes.

Entre las aplicaciones prácticas de la sedimentación se pueden mencionar según Kirk y Othmer (1960) las siguientes:

- Clarificación: producción de una fase líquida sustancialmente clara.
- Espesamiento: concentración de los sólidos suspendidos con la finalidad de formar un lodo.

- Clasificación: separación de partículas de acuerdo con distintos parámetros como tamaño, forma, etc.

## **2.2 TIPOS DE SEDIMENTACIÓN**

Dependiendo de la naturaleza de los sólidos en la suspensión, se pueden considerar, principalmente, tres tipos de sedimentación en el caso que el fluido sea un líquido, comúnmente, agua.

### **2.2.1 Sedimentación discreta**

En el asentamiento de las partículas presentes en la suspensión, estas mantienen su individualidad, esto significa que en este tipo de sedimentación no se producen fenómenos como la coalescencia con otras partículas. Además, estas últimas mantienen sus propiedades físicas como el tamaño, forma, masa, entre otras, durante el proceso. Este tipo se da en una suspensión con baja concentración de sólidos y corresponde a las denominadas suspensiones estables, donde las partículas están sujetas solo a fuerzas mecánicas durante el proceso de sedimentación (Mejía, 2017).

### **2.2.2 Sedimentación con floculación**

Este tipo de sedimentación hace referencia a cuando las partículas se aglutinan o floculan durante el proceso, es decir, se unen. Al producirse el fenómeno nombrado anteriormente, aumenta la masa del floculo y con ello la densidad y la velocidad de sedimentación de las partículas que conforman el floculo (Mejía, 2017).

### **2.2.3 Sedimentación zonal**

La sedimentación zonal se refiere a suspensiones de concentración intermedia, donde las partículas tienden a permanecer en posiciones relativas fijas y forman una especie de manta que sedimenta como una masa total, esto hace que se desarrollen varias “zonas” producidas por la

distinta concentración de sólidos que también poseen distinta velocidad de sedimentación (Mejía, 2017).

## **2.3 TÉCNICAS DE SEDIMENTACIÓN**

Según Henk, (2008), se distinguen dos principales técnicas de sedimentación, las cuales son:

### **2.3.1 Sedimentación por gravedad**

También llamada sedimentación gravitacional, en esta técnica el proceso de separación se da, generalmente, de manera natural, donde el material sólido sedimenta, depositándose en el fondo de donde esté, por acción de la gravedad, junto con las diferencias de densidades entre las partículas sólidas y el líquido. Esta técnica es la más antigua, debido a la naturaleza del proceso (Henk, 2008).

### **2.3.2 Sedimentación centrífuga**

Como en su nombre lo indica, en esta técnica de sedimentación se utiliza la fuerza centrífuga para asentar las partículas. Se usa, principalmente, para partículas de pequeño tamaño, el que impide su sedimentación gravitacional. El tamaño de las partículas es de orden micrométrico, donde las velocidades de centrifugado van desde los 500 a 24.000 rpm. Mientras menor es el tamaño de las partículas, mayor serán las velocidades necesarias para que estas sedimenten en un intervalo de tiempo razonable (Henk, 2008).

## **2.4 MÉTODOS DE ANÁLISIS DE SEDIMENTACIÓN**

Cabe indicar que, físicamente, es imposible que exista un conjunto de partículas idénticas tanto, geoméricamente, como en propiedades, de ahí que un sistema de partículas esté constituido por partículas que tienden a agruparse en torno a valores de tamaños representativos. Cuando se utiliza el principio de sedimentación para el análisis granulométrico, se basa en el hecho de que

## Capítulo 2. Marco Teórico

las partículas de distinto tamaño tendrán diferentes velocidades en un fluido en reposo. Por lo tanto, los cambios temporales y espaciales de concentración de un sistema de partículas que sedimenta proporcionarán información sustancial sobre la distribución cuantitativa de los tamaños de partículas, los que se caracterizan a partir de su velocidad de sedimentación. La obtención de las distribuciones de tamaño de los sistemas de partículas se les denomina análisis granulométrico (Bernhardt, 1994).

Además, para poder realizar el análisis se debe tener conocimiento teórico y manejo experimental de la conexión entre la velocidad de sedimentación y el tamaño de la partícula en función de las propiedades del material, entre otras condiciones presentes en el recipiente de sedimentación, también la conexión entre la distribución de concentraciones del sólido a lo largo del tiempo y su distribución de tamaño.

Según sostiene Bernhardt (1994), los métodos de análisis granulométricos, o sea de determinación de distribución de tamaño, que emplean el proceso de sedimentación como parte de la medición, se clasifican según los siguientes criterios:

1. Según la posición de las partículas al inicio de la medición:
  - a) Método homogéneo: las partículas se distribuyen uniformemente sobre todo el espacio de sedimentación.
  - b) Método de inicio de línea: las partículas se concentran en una capa delgada sobre el medio sin sólidos.
  
2. Según el lugar de medición de la cantidad de partículas:
  - a) Métodos incrementales: se mide la cantidad (concentración) de sólidos en una fina capa de la suspensión (nivel de medición).
  - b) Métodos acumulativos: mide la cantidad total de sólidos por encima o debajo de un nivel de medición.

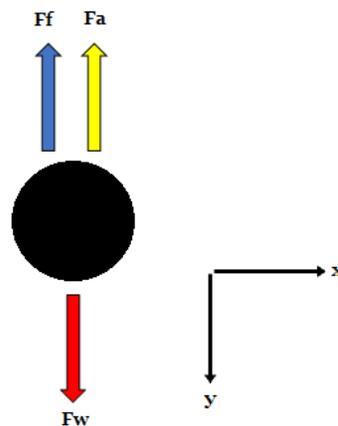
3. Según el campo de fuerza:
  - a) Métodos gravitacionales.
  - b) Métodos centrífugos.

## 2.5 SEDIMENTACIÓN DE UNA PARTÍCULA EN UN CAMPO GRAVITACIONAL

El modelo físico clásico que utiliza para la representación del proceso de sedimentación para una partícula única, esférica, rígida y lisa corresponde a la solución de la ecuación de impulso o segunda ley de Newton, en que el fluido escurre por sobre la partícula en régimen laminar, empleando la solución analítica desarrollada por Stokes a las ecuaciones de Navier-Stokes.

Este modelo, se basa en el equilibrio dinámico entre la inercia y fuerzas mecánicas externas que actúan sobre una partícula en un campo de fuerzas gravitatorio. Estas fuerzas externas son: fuerza de aceleración (peso de la partícula), fuerza de arrastre y fuerza de flotación.

En la Figura 2.1, se puede observar el diagrama de cuerpo libre de una partícula sedimentando en un campo gravitacional. Cabe destacar que la fuerza de Coriolis, así como las fuerzas de interacción con la pared fueron despreciadas en este modelo.



*Figura 2.1: Diagrama cuerpo libre de una partícula sedimentando en campo gravitacional.*

*Fuente: Elaboración propia.*

## Capítulo 2. Marco Teórico

Así, el equilibrio de fuerzas se representa matemáticamente en la ecuación 1.

$$F_I = F_w - F_a - F_f \quad (1)$$

Donde:

$F_I$  : Fuerza de inercia

$F_w$  : Fuerza de aceleración

$F_a$  : Fuerza de arrastre

$F_f$  : Fuerza de flotación

Considerando la definición de la segunda ley de Newton, la sumatoria de las fuerzas queda como se observa en la ecuación 2.

$$F_I = m_p \cdot \frac{d^2y(t)}{dt^2} \quad (2)$$

Donde:

$m_p$  : Masa de la partícula

$y$  : Posición de la partícula

$t$  : Tiempo

Reemplazando la ecuación 2 en la ecuación 1, se obtiene la ecuación 3.

$$m_p \cdot \frac{d^2y(t)}{dt^2} = F_w - F_a - F_f \quad (3)$$

### 2.5.1 Fuerza de aceleración

Bajo un campo gravitacional, la fuerza de aceleración corresponde simplemente al peso de la partícula. Sin embargo, la sedimentación puede ocurrir bajo un campo de fuerzas centrífuga. Lo que conlleva un incremento de la fuerza que ejerce la masa de la partícula, respecto de su peso

## Capítulo 2. Marco Teórico

propio. La división entre estos dos términos define el factor de incremento que la aceleración centrífuga impone a la partícula, el que se expresa como un multiplicador de la aceleración gravitacional que se le denomina  $z$ . La ecuación 4, presenta matemáticamente el valor  $z$ .

$$z = \frac{\omega^2 \cdot r}{g} \quad (4)$$

Donde:

$z$  : Factor de incremento de aceleración

$r$  : Radio de rotación

$g$  : Aceleración de gravedad

$\omega$  : Velocidad angular

Para este caso de un campo gravitacional puro, este factor adopta el valor unitario. La ecuación 5, presenta la aplicación matemática de este factor en la evaluación de la fuerza ejercida por la partícula por efecto del campo centrífugo.

$$F_w = m_p \cdot z \cdot g \quad (5)$$

### 2.5.2 Fuerza de flotación o empuje

Es la fuerza que se genera por efecto de la discontinuidad que engendra el sólido en el fluido el que pretende expulsarlo, por lo que es la fuerza que ejerce el fluido sobre la partícula y se dirige en sentido opuesto a la fuerza de aceleración. Su modulo, corresponde al producto de la masa de fluido desplazado por la partícula la que se ve acelerada por el campo de fuerzas. La fuerza de flotación se evalúa mediante la ecuación 6 (Bohnet, 2004).

$$F_f = V_p \cdot \rho_f \cdot z \cdot g \quad (6)$$

Donde:

$V_p$  : Volumen de la partícula

$\rho_f$  : Densidad del fluido

### 2.5.3 Fuerza de arrastre

La fuerza de arrastre corresponde, simplemente, a la fuerza viscosa que ejerce el fluido sobre un sólido que tiene una velocidad relativa respecto a él. La fuerza de arrastre y su relación con este tipo de movimiento, fue planteada por Stokes y su solución está planteada para el caso de una esfera. La fuerza de arrastre depende directamente del régimen de escurrimiento, que en este caso es laminar, tamaño de la partícula y viscosidad del fluido. Esta fuerza se evalúa mediante la ecuación 7 (Bohnet, 2004).

$$F_a = 3 \cdot \pi \cdot D_p \cdot \mu \cdot \frac{dy(t)}{dt} \quad (7)$$

Donde:

$\mu$  : Viscosidad dinámica

$D_p$  : Diámetro de la partícula

### 2.5.4 Número de Reynolds

Es un numero adimensional, que corresponde a la relación que existe entre las fuerzas de inercia y las fuerzas viscosas, en el caso de un movimiento relativo entre un sólido y un fluido. Permitiendo con ello determinar el régimen de escurrimiento, que corresponde al comportamiento del perfil de velocidades perpendicular a la superficie de contacto. Lo que permite agrupar este comportamiento en tres regímenes: laminar, turbulento o de transición (Cengel & Cimbala, 2013). Su forma matemática corresponde a la ecuación 8.

$$Re = \frac{\rho_f \cdot v_s \cdot D_p}{\mu} \quad (8)$$

Donde:

$Re$  : Número de Reynolds

$v_s$  : Velocidad de sedimentación

$\mu$  : Viscosidad dinámica del fluido

## 2.6 VELOCIDAD TERMINAL O VELOCIDAD DE STOKES

Si se considera una partícula que sedimenta bajo un campo gravitacional en un tiempo infinito, de manera que cuando esta sedimenta, no existan otras partículas presentes que interfieran en el proceso, mientras esta va cayendo, su velocidad aumenta y lo seguirá haciendo hasta que se logre un equilibrio dinámico de las fuerzas presentes y la velocidad permanece constante (aceleración toma el valor de 0). A dicha velocidad se le denomina velocidad terminal de sedimentación o velocidad de Stokes.

Según menciona Salinas-Salas (2007), para estudios analíticos es suficiente considerar esta velocidad de sedimentación estacionaria.

La velocidad de Stokes se obtiene reemplazando las ecuaciones 5, 6 y 7 en la ecuación 3, resultando la ecuación 9.

$$m_p \cdot \frac{d^2y(t)}{dt^2} - (m_p \cdot z \cdot g) + (V_p \cdot \rho_f \cdot z \cdot g) + \left( 3 \cdot \pi \cdot \mu \cdot D_p \cdot \frac{dy(t)}{dt} \right) = 0 \quad (9)$$

Dividiendo por la masa, y reordenando, queda la ecuación diferencial de la ecuación 10.

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + \frac{3 \cdot \pi \cdot \mu \cdot D_p}{m_p} \cdot \frac{dy(t)}{dt} - \frac{\rho_p - \rho_f}{\rho_p} \cdot z \cdot g = 0 \quad (10)$$

La solución de la ecuación 10, es la posición de la partícula dependiente del tiempo de sedimentación, la que se muestra en la ecuación 11.

$$y(t) = \frac{(\rho_p - \rho_f) \cdot D_p^2 \cdot z \cdot g}{18 \cdot \mu} \left( t + \frac{D_p^2 \cdot \rho_p}{18 \cdot \mu} \cdot e^{-\frac{18 \cdot \mu}{D_p^2 \cdot \rho_p} t} \right) + \frac{(\rho_p - \rho_f) \cdot D_p^2 \cdot z \cdot g}{18 \cdot \mu} \left( \frac{D_p^2 \cdot \rho_p}{18 \cdot \mu} \right) \quad (11)$$

Al derivar la posición, se obtiene la velocidad de sedimentación concurrido el tiempo t, cuando  $v_{(t=0)} = 0$ , mostrada en la ecuación 12.

$$v(t) = \frac{dy(t)}{dt} = \frac{(\rho_p - \rho_f) \cdot D_p^2 \cdot z \cdot g}{18 \cdot \mu} \left( 1 - e^{-\frac{18 \cdot \mu}{D_p^2 \cdot \rho_p} t} \right) \quad (12)$$

Igualmente, al derivar la velocidad, es decir, la segunda derivada de la posición, se obtiene la aceleración de la partícula que sedimenta transcurrido el tiempo  $t$ . Si  $g_{(t=0)} = g$  resulta la ecuación 13.

$$a(t) = \frac{d^2y(t)}{dt^2} = \frac{(\rho_p - \rho_f) \cdot D_p^2 \cdot z \cdot g}{18 \cdot \mu} \left( e^{-\frac{18 \cdot \mu}{D_p^2 \cdot \rho_p} t} \right) \quad (13)$$

Hablando en términos teóricos, la sedimentación estacionaria se da en un tiempo infinitamente largo, resolviendo la ecuación 12, para este caso, se obtiene la velocidad terminal de sedimentación o también llamada velocidad de Stokes, representada en la ecuación 14.

$$\frac{dy(\infty)}{dt} = v_{st} = \frac{(\rho_p - \rho_f) \cdot D_p^2 \cdot z \cdot g}{18 \cdot \mu} \quad (14)$$

Donde:

$v_{st}$  : Velocidad de Stokes.

$\rho_p$  : Densidad de la partícula

## 2.7 SEDIMENTACIÓN EN CAMPO CENTRÍFUGO

En este proceso las partículas sedimentan por acción de un campo centrifugo en vez de uno gravitacional, como se analizó en puntos anteriores, siendo esta la única diferencia entre ambos procesos. Por lo tanto, la única variación es que el termino de aceleración gravitacional ( $g$ ) se cambia por la aceleración centrifuga ( $a_c = \omega^2 \cdot r$ ).

Según Stieß (2009), en este método por un lado se acortan, drásticamente, los tiempos de sedimentación y, por otro lado, el rango de medición para partículas pequeñas, pudiendo llegar

## Capítulo 2. Marco Teórico

hasta el orden submicrométrico. Además, añade que la centrifugación, también permite el análisis de partículas cuya densidad difiere solo ligeramente de la del líquido.

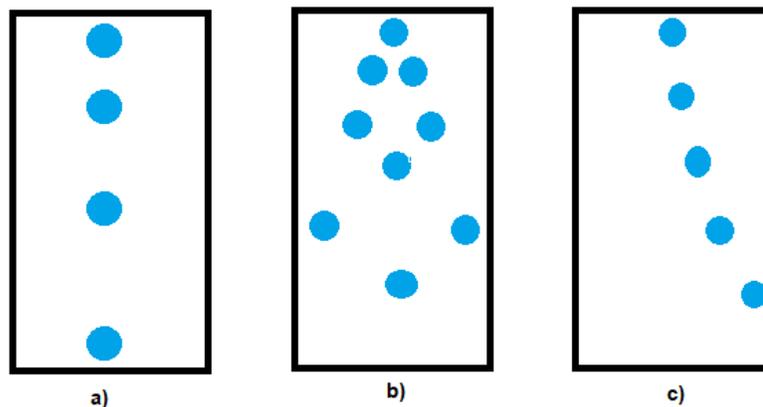
De igual manera, Bernhardt (1994), indica que se utiliza el campo centrifugo para superar las desventajas de la sedimentación por gravedad como el asentamiento de partículas pequeñas, la difusión y largos periodos de medición, entre otras.

A su vez, Salinas-Salas (2007), señala que los efectos que deben ser discutidos para una aplicación analítica en este tipo de proceso son los siguientes:

- a) Movimiento acelerado de partículas en la dirección del campo de fuerza centrífuga.
- b) Trayectorias de movimiento de las partículas son radiales.
- c) Trayectorias de movimiento alteradas debido a la aceleración de Coriolis.

En la figura 2.2, se muestra una representación de los efectos mencionados anteriormente, para a), b) y c), respectivamente.

Cabe señalar, que, dada las características del tema abordado en la presente memoria, no se considerarán los efectos relacionados a la aceleración de Coriolis, ni las trayectorias de movimiento radiales, los cuales son despreciables.



*Figura 2.2: Representación de los efectos producidos en la sedimentación centrifuga.*

*Fuente: Salinas-Salas, 2007.*

### 2.7.1 Movimiento acelerado de partículas

Este movimiento se debe, únicamente, a la acción de un campo centrífugo, donde, las partículas están sometidas a la aceleración centrífuga, la cual depende, directamente, de la posición de la partícula respecto del centro de rotación. El efecto de esta aceleración es la disminución de la concentración dado una porción de volumen como resultado del espaciamiento de las partículas al incrementar la velocidad de sedimentación.

La aceleración centrífuga se representa en la ecuación 15.

$$a_c = \omega^2 \cdot r \quad (15)$$

Donde:

$a_c$  : Aceleración centrífuga

### 2.7.2 Fuerza centrífuga

Fuerza que resulta del efecto de someter una partícula a un campo centrífugo, la cual describe el movimiento de un cuerpo en un sistema en rotación. Esta fuerza tiende a alejar al cuerpo del eje de rotación y se representa en la ecuación 16.

$$F_c = m_p \cdot \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad (16)$$

Su modulo corresponde a la ecuación 17.

$$F_c = m_p \cdot \omega^2 \cdot r \quad (17)$$

Donde:

$F_c$  : Fuerza centrífuga

## 2.8 VELOCIDAD TERMINAL DE SEDIMENTACIÓN EN UN CAMPO CENTRÍFUGO

De los efectos que influyen en la sedimentación en un campo centrifugo solo se considera el movimiento acelerado de las partículas, el cual se representa por el campo de fuerza centrífuga. se procede a definir la velocidad de sedimentación para el caso.

El diagrama de cuerpo libre para un campo centrifugo se muestra en la figura 2.4.

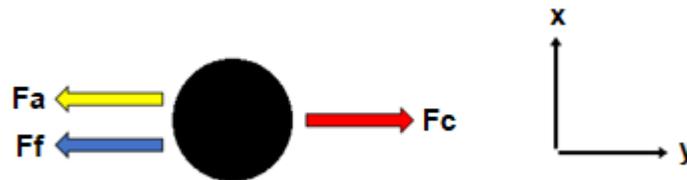


Figura 2.3: Diagrama cuerpo libre de una partícula sedimentando en campo centrifugo.

Fuente: Elaboración propia.

El equilibrio de fuerzas para este caso se representa en la ecuación 18.

$$F_l = F_c - F_a - F_f \quad (18)$$

Entonces, la velocidad terminal o velocidad de Stokes para un campo centrifugo, se determina a partir de la ecuación 19 (Bernhardt, 1994).

$$v_{sc} = \frac{(\rho_p - \rho_f) \cdot D_p^2 \cdot \omega^2 \cdot r}{18 \cdot \mu} \quad (19)$$

Donde:

$v_{sc}$  : Velocidad de Stokes en campo centrifugo

## **2.9 EFECTO DE LA CONCENTRACIÓN EN LA VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN**

Según menciona Stieß (2009), un sistema de partículas se compone de partículas de diversos tamaños comprendidas en cierto rango y su tamaño se distribuye de distinta forma dentro del rango analizado, a lo que se le denomina distribución de tamaño. Esta distribución se representa de manera acumulativa, esto es, mediante la suma de las fracciones de tamaño que están dentro del rango considerado para la descripción del sistema de partículas. También existe la distribución incremental, donde se representa la concentración de partículas presentes entre subrangos de tamaño.

El aumento de la concentración de partículas provoca varios efectos en el proceso de sedimentación, como lo son, el cambio de la densidad media de la suspensión, aumento de la viscosidad aparente y cambios en el comportamiento del flujo newtoniano, siendo el efecto más importante para el presente proyecto de memoria, el cambio de la velocidad de sedimentación de las partículas individuales como resultado de interacciones entre partículas de distintos tipos.

A su vez estas interacciones, producto como se mencionó, anteriormente, del aumento de la concentración, también producen una serie de efectos de interacción, entre los cuales se pueden mencionar los siguientes de mayor relevancia:

- Impactos/colisiones entre partículas.
- Efecto generado por partículas de distintos tamaños.
- Interacciones hidrodinámicas entre las partículas y sus flujos.
- Interacciones electroquímicas entre las partículas y el fluido.
- Fenómenos de difusión.

Además, es necesario señalar que esta influencia de la concentración se determina, generalmente, de dos maneras, la primera basada en la corrección de los parámetros de las sustancias en las ecuaciones de movimiento, lo cual da origen a la función de obstrucción,

función que dada las condiciones y línea de investigación del presente documento no será detallada. La segunda determinación de influencia se basa en la corrección de la velocidad de sedimentación por efecto de la concentración de partículas, la cual se verá a continuación.

## **2.10 FUNCIONES DE CORRECCIÓN DE VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN**

Debido a la influencia de la concentración de partículas en la sedimentación y los efectos provocados por dicha influencia mencionados, anteriormente, surgen las funciones de corrección, las cuales son ecuaciones analíticas y/o empíricas que buscan modificar la velocidad de sedimentación de Stokes, ajustándola a un valor más cercano a la realidad incorporando dentro del resultado el efecto de los factores ya nombrados.

### **2.10.1 Función de corrección ecuación de continuidad**

Este factor de corrección está basado en la ecuación de continuidad, donde Salinas-Salas & Espinoza-Fuentes (2012), sostienen que “si se consideran solo los efectos asociados al principio de conservación de masa y al proceso de sedimentación, modelados a través de la ecuación de continuidad, es posible inferir que la velocidad de sedimentación de un sistema de partículas depende de la concentración de partículas presentes en la suspensión, o sea, a través de su porosidad” (pág. 239-250).

El factor de corrección ecuación de continuidad esta dado por la ecuación 20.

$$f(C) = 1 - C \quad (20)$$

Donde:

$f(C)$  : Función de corrección ecuación de continuidad

$C$  : Concentración volumétrica del sistema de partículas

$1 - C$  : Porosidad de la suspensión

### 2.10.2 Función de corrección de Richardson & Zaki

Este factor de corrección desarrollado por J. Richardson & W. Zaki (1954), plantea una modelación semi empírica basada en la ecuación de continuidad, que corresponde a la base física del proceso y considera los efectos e influencias nombradas con anterioridad debido a la concentración volumétrica, en la forma de un exponente empírico.

El factor de corrección propuesto por Richardson & Zaki, es de gran relevancia ya que como señala Salinas-Salas, Ruiz-Tagle, y Babick (2006, pág. 283-290) “de las distintas funciones de corrección de la velocidad de sedimentación que han sido propuestas, la que tiene mayor aceptación es la que fue propuesta por Richardson y Zaki en 1954, ya que es la que, actualmente, más se utiliza en términos prácticos, en el diseño de sistemas de sedimentación, tales como los equipos de medición de distribución de tamaño de partículas y muchas otras aplicaciones”.

La ecuación del factor de corrección de Richardson y Zaki es la ecuación 21.

$$f_{R\&Z}(C) = (1 - C)^n \quad (21)$$

Donde:

$f_{R\&Z}(C)$  : Función de corrección de Richardson & Zaki

$n$  : Exponente de la función de corrección

El exponente empírico “n” depende del tipo de escurrimiento del fluido por sobre las partículas, que se representa en rangos del número de Reynolds. Estos rangos y los respectivos valores del exponente “n” se presentan en la tabla 2. Este factor de corrección tiene la ventaja de que proporciona solución para todos los regímenes de flujo.

Tabla 2.1: Exponente factor de corrección según número de Reynolds.

Fuente: Salinas-Salas, 2007.

Numero de Reynolds	Exponente “n”
$Re \leq 0,25$	4,65
$0,25 < Re < 1$	$4,35 \cdot Re^{-0,03}$
$1 < Re < 500$	$4,45 \cdot Re^{-0,1}$
$500 < Re < 300000$	2,39

A continuación, en el gráfico 2.1, se presenta la curva de comportamiento del factor de corrección de Richardson & Zaki en función de la concentración volumétrica de las partículas, donde se puede observar que mientras mayor es la concentración, menor será el factor de corrección para poder reducir de mejor forma la velocidad a los valores reales. Además, en el anexo 3.3, se hace una demostración para el cálculo de este factor de corrección y en el anexo 4, se muestran los valores con los que se construyó el gráfico 2.1.

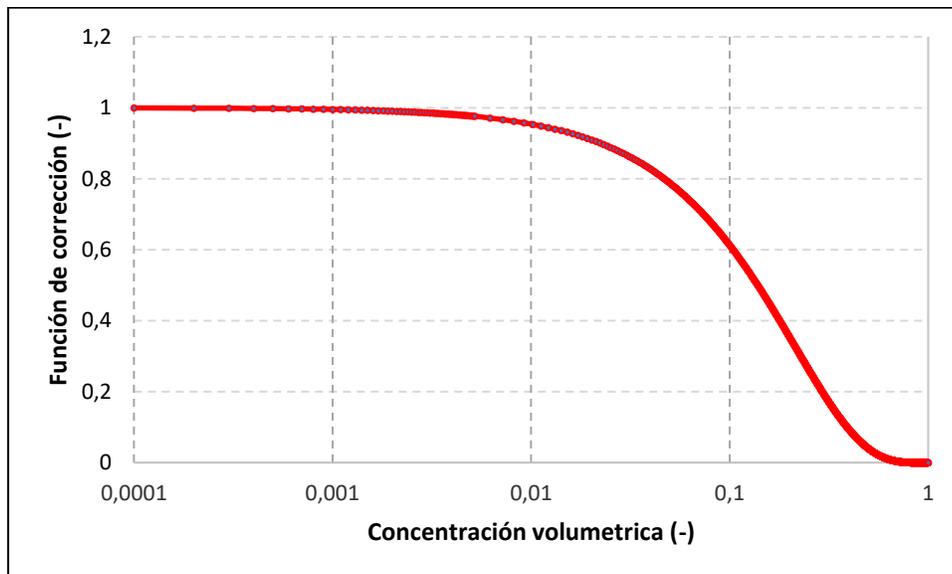


Gráfico 2.1: Función de corrección de velocidad de sedimentación de Richardson & Zaki.

Fuente: Elaboración propia.

## 2.11 VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN EFECTIVA

Como se mencionó en puntos anteriores, la velocidad de Stokes no consideraba los efectos proporcionados por la forma de la partícula, ni la influencia de la concentración de estas y sus implicaciones, por lo que surgieron factores de corrección para la velocidad de sedimentación terminal, con el fin de corregirla y dar un valor más real y preciso. A esta velocidad de Stokes corregida se le denomina velocidad de sedimentación efectiva, la cual se calcula a partir de la ecuación 22.

$$v_{stc} = v_{st} \cdot f(C) \quad (22)$$

Donde:

$v_{stc}$  : Velocidad sedimentación efectiva

$v_{st}$  : Velocidad de Stokes

$f(C)$  : Factor de corrección

## 2.12 MÉTODOS DE MEDICIÓN DE PARTÍCULAS

Existen variadas técnicas para medir la distribución del tamaño de micropartículas, las cuales se basan en las técnicas incrementales y acumulativas definidas en la sección 2.2., estas técnicas se pueden agrupar de la siguiente forma (Stieß, 2009):

1. Medición a partir de fuerzas gravimétricas que actúan sobre el conjunto de partículas, aplicables para sistemas de partículas cuyo diámetro medio es mayor a 1  $\mu\text{m}$ . Dentro de estos métodos destacan:
  - Método de la pipeta
  - Método por decantación
  - Método por balanza de sedimentación

2. Mediante la aplicación de fuerzas centrífugas que actúen sobre el colectivo de partículas, se pueden medir partículas cuyo diámetro medio sea mayor a  $0,01 \mu\text{m}$ . En estos casos se emplean los siguientes métodos de medición, algunos de estos métodos se pueden aplicar a la medición en campo gravitatorio:

Medición a partir de la absorción de radiaciones electromagnéticas por el conjunto de partículas.

- Método de extinción fotométrica
- Método de difracción fotométrica
- Método de absorción de rayos X

Medición por cambios de densidad de la suspensión formada por fluido y el conjunto de partículas.

- Método manométrico
- Método por intercambio de cuerpos

Cada método mencionado posee ventajas y desventajas según su aplicación específica, por lo que su utilización depende de las características del material que se desea medir, el grado de precisión que se requiere, entre otros. Sin embargo, los dispositivos de medición fotométrica son generalmente los más utilizados para la medición de la concentración y/o tamaño de partículas por su rapidez, estabilidad en el tiempo y el precio.

### **2.12.1 Sistemas de medición ópticos**

Los métodos del tipo óptico son los más comunes en la determinación del tamaño de partículas. Estos métodos se basan en la medición de la transmisión, es decir, en la reducción que sufre la intensidad luminosa de un haz de luz al atravesar una suspensión, la cual se encuentra en una cubeta.

## Capítulo 2. Marco Teórico

Entonces, se relaciona el decaimiento de la intensidad luminosa, con el tamaño de partículas presentes en la suspensión, el cual es representado por el volumen específico de área de extinción, la concentración volumétrica y el espesor que debe atravesar el haz de luz.

Si se considera un espesor de suspensión constante y un tamaño dado de partícula, se puede plantear el comportamiento del logaritmo natural de la división entre la intensidad luminosa que logra atravesar la suspensión respecto de la intensidad luminosa que atraviesa al fluido cuando en este no se encuentran partículas suspendidas, respecto de la concentración volumétrica de la suspensión. A la división entre las intensidades lumínicas ya indicadas se denomina transmisión ( $T$ ). Este comportamiento para suspensiones diluidas es lineal, para luego a medida que la suspensión se concentra comienza a comportarse asintóticamente (Salinas Salas, 2009).

Este comportamiento es modelado a través de la Ley de Lambert-Beer, la cual se indica en la ecuación 23.

$$E = -\ln(T) = A_e \cdot C \cdot L \quad (23)$$

Donde:

- $E$  : Extinción
- $T$  : Transmisión
- $A_e$  : Área específica de extinción (sección transversal)
- $C$  : Concentración volumétrica
- $L$  : Ancho de la cubeta

El área específica de extinción relaciona el coeficiente de extinción  $K_{ext}$ , que depende del tamaño de partícula, la longitud de onda de la luz, el índice de refracción relativo de las partículas y el ángulo de apertura del detector, con el diámetro de las partículas, la cual se modela en la ecuación 24.

$$A_e = \frac{3}{2} \cdot \frac{K_{ext}}{D_p} \quad (24)$$

Donde:

- $K_{ext}$  : Coeficiente de extinción

En la figura 2.5, se puede observar el método de medición fotométrica por extinción.

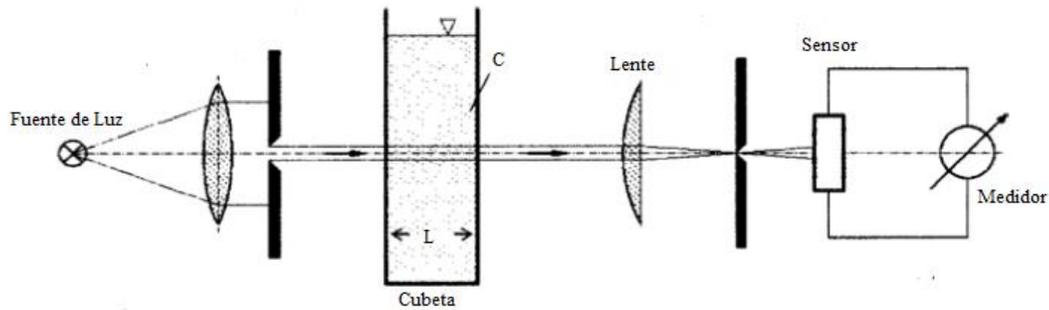


Figura 2.4: Medición fotométrica por extinción. Fuente: Stieß, 2009.

### 2.12.2 Centrifuga de foto sedimentación

Son instrumentos de medición de distribución del tamaño de partículas, por lo general de un orden micrométrico, en los cuales una concentración de partículas es atravesada por un haz de luz, cuya intensidad es medida. Esta luz puede provenir de cualquier fuente de luz blanca o una fuente monocromática coherente y los sensores pueden ser del tipo fotodiodo o fotomultiplicador. El sensor se encarga de enviar una señal a un computador el cual digitaliza y convierte a una distribución de tamaño (Allen, 1997).

En la figura 2.6, se puede observar la representación de una centrifuga de foto sedimentación, donde según señala Bernhardt (1994) “El rotor de la centrifuga (1) es un disco a través de la suspensión en forma de anillo, en un punto determinado se emite un haz de luz que es producido por la fuente de luz (2) y el dispositivo óptico (3) (lente, prisma) y que incide sobre el detector (4) en el lado opuesto. La fuente de luz y el detector también se pueden cambiar en la dirección de eje para acortar el tiempo de medición”.

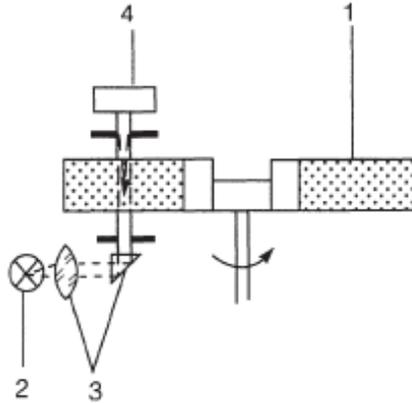


Figura 2.5: Centrifuga de foto sedimentación. Fuente: Bernhardt, 1994.

### 2.13 ERRORES EXPERIMENTALES

Es de suma importancia realizar un análisis de los datos tomados para poder determinar errores, precisión y validez general de las mediciones experimentales. Los errores aparecerán en todos los experimentos independiente del cuidado que se tenga, algunos son aleatorios y otros por parte del experimentador, ambos con distinto grado de importancia.

Según Holman (2011) se pueden presentar tres tipos de errores, principalmente, los cuales son:

1. Errores asociados al aparato o construcción del instrumento que puede incluso llegar a invalidar datos.
2. Corrección de errores, los cuales harán que las lecturas repetidas sean erróneas. Estos errores fijos, se denominan errores sistemáticos o de sesgo.
3. Errores aleatorios causados por fluctuaciones personales, electrónicas del instrumento, influencias de fricción, etc.

Es por esto por lo que, para lograr determinar la validez de los datos, el experimentador debe usar métodos teóricos para estimar la magnitud de la incertidumbre de una observación en particular, es decir, el posible valor que puede tener el error.

A continuación, se presentan los métodos teóricos relevantes en la determinación del error experimental para el presente proyecto:

### 2.13.1 Método de mínimos cuadrados

El método de los mínimos cuadrados busca obtener la función que mejor ajuste la representación de un conjunto de datos, mediante el valor medio que minimiza la suma de los cuadrados de las desviaciones.

Si se supone que se poseen datos en las variables “x” e “y” y que, además, se desea obtener una expresión analítica en función de “x”, entonces se puede establecer la expresión mediante una función lineal de “x”. Sin embargo, se debe buscar la mejor función lineal que represente los datos, teniendo en cuenta que estos pueden dispersarse considerablemente. Se busca una ecuación de la forma  $y = a + bx$  donde  $a$  y  $b$  se pueden calcular mediante las ecuaciones 25 y 26 (Holman, 2011).

$$a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - (\sum_{i=1}^n x_i)(\sum_{i=1}^n y_i)}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \quad (25)$$

$$b = \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)(\sum_{i=1}^n x_i^2) - (\sum_{i=1}^n x_i y_i)(\sum_{i=1}^n x_i)}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2} \quad (26)$$

El error estándar para la estimación de  $y$  se representa en la ecuación 27.

$$\text{Error estandar} = \sqrt{\frac{\sum_i^n (y_i - ax_i - b)^2}{n - 2}} \quad (27)$$

### 2.13.2 Coeficiente de correlación de Pearson

Es un parámetro que permite determinar la relación estadística entre dos variables cuantitativas y continuas, es decir, es una medida que indica que tan bueno es el ajuste realizado entre variables de un conjunto de datos (Holman, 2011).

El coeficiente de correlación se determina a partir de la ecuación 28.

$$r = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{y,x}^2}{\sigma_y^2}} \quad (28)$$

Donde  $\sigma_y$  y  $\sigma_{y,x}$  se determinan a partir de las ecuaciones 29 y 30 respectivamente.

$$\sigma_y = \left[ \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_m)^2}{n - 1} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (29)$$

$$\sigma_{y,x} = \left[ \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_{ic})^2}{n - 2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (30)$$

El coeficiente de correlación  $r$  también puede escribirse como se representa en la ecuación 31, donde  $r^2$  es denominado coeficiente de determinación, que es el parámetro de bondad del ajuste, que por defecto entregan las planillas de cálculo, como Excel de Microsoft®.

$$r^2 = \frac{\sigma_y^2 - \sigma_{y,x}^2}{\sigma_y^2} \quad (31)$$

Con respecto al coeficiente de correlación se puede definir que:

- $r$  puede tomar valores de -1 a 1.
- $r < 0$  significa que las variables se relacionan inversamente.
- $r > 0$  significa que las variables se relacionan directamente.

## Capítulo 2. Marco Teórico

- $r = 1$  ó  $-1$  el ajuste es perfecto, ya que no hay desviaciones entre los datos y el ajuste,  $\sigma_{y,x} = 0$ .
- $r = 0$  significa un ajuste deficiente o una dispersión relevante alrededor del ajuste.

## **CAPÍTULO 3. DESARROLLO DE LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA**

## Capítulo 3. Desarrollo de la solución del problema

A continuación, se procede a describir la etapa experimental, específicamente, los sistemas de partículas y equipos utilizados, así como también, la metodología para la preparación de suspensiones y mediciones, a partir de los datos entregados por el Dr. Ing. Gonzalo Salinas Salas.

### **3.1. DESCRIPCIÓN DE LOS SISTEMAS DE PARTÍCULAS**

Para la etapa experimental, se requiere una alta precisión en el tamaño de las partículas, las cuales fueron suministradas por la Firma Geltech Inc. Estos sistemas de partículas fueron denominados como Geltech 200, 1000 y 1500, aludiendo a sus diámetros nominales de 200, 1000 y 1500 nm, respectivamente.

Las partículas utilizadas son de dióxido de silicio amorfo ( $\text{SiO}_2$ ), las cuales presentan una serie de características que permiten una simplificación de la modelación y análisis a realizar, entre las particularidades se encuentran:

- Las partículas son rígidas y lisas para eliminar los efectos de la deformación de estas.
- Las partículas son de forma esférica para que el flujo de estas pueda ser estabilizado.
- Las partículas suspendidas en agua manifiestan la aparición de su potencial Zeta cuyo espesor depende a su vez de la concentración de ion hidrogeno presente en la suspensión, lo que, comúnmente, se denomina índice de acidez (pH). Por lo que, frente a determinados valores de acidez, la suspensión se vuelve estable, ya que la carga eléctrica de las partículas es de polaridad opuesta, por lo que se repulsan constantemente, impidiendo la formación de clúster.

A partir de un espectrómetro de difracción laser (HELOS) y un microscopio electrónico, se determinó el diámetro representativo de los sistemas de partículas entregados por la firma. De acuerdo con las mediciones realizadas por cada equipo, los diámetros representativos se pueden observar en la tabla 3.1.

Tabla 3.1: Diámetros representativos de los sistemas de partículas. Fuente: Salinas-Salas, 2007.

SISTEMAS DE PARTÍCULAS	HELOS (nm)	Microscopio Electrónico ZEISS (nm)	Diámetro de Sauter (nm)
	$x_{50,3}$	$x_{50,0}$	$D_{st}$
Geltech 200	320	239	250
Geltech 1000	1220	1147	1200
Geltech 1500	1550	1534	1560

### 3.1.1 Geltech 200

A partir del recuento de unas cien partículas, se determinó las distribuciones de tamaños acumulativa ( $Q_3$ ) e Incremental ( $q_3$ ) para Geltech 200 mediante difracción laser (HELOS), las cuales se puede observar en el gráfico 3.1. Los datos de los cuales se construyó el grafico se encuentran en el Anexo 2.1.

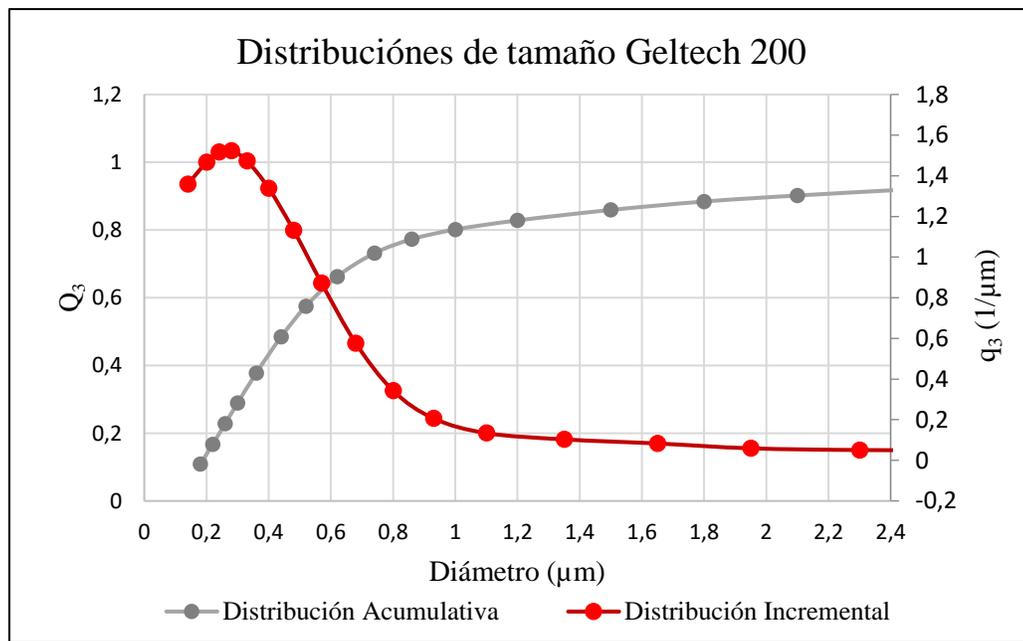


Gráfico 3.1: Distribuciones de tamaño Geltech 200. Fuente: Elaboración propia a partir de datos entregados.

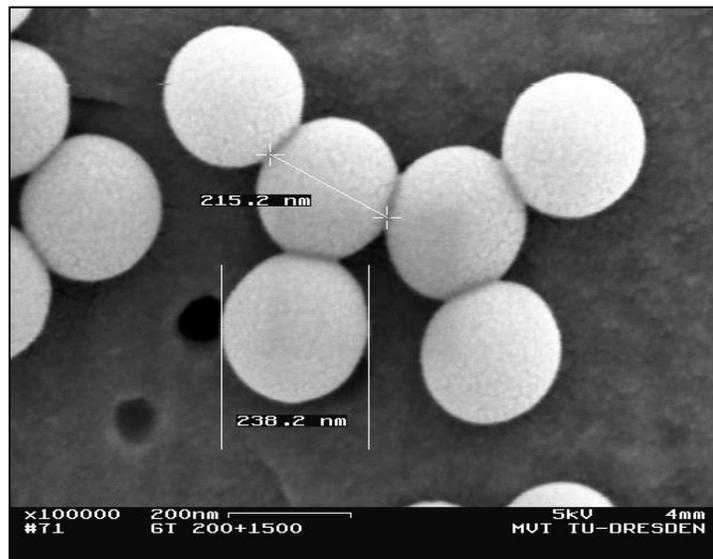
### Capítulo 3. Desarrollo de la solución del problema

Para este sistema de partículas, los datos experimentales iniciales se muestran en la tabla 3.2.

*Tabla 3.2: Datos iniciales Geltech 200. Fuente: Elaboración propia a partir de datos entregados.*

Geltech 200		
Diámetro Nominal	0,2	$\mu\text{m}$
Diámetro Representativo	0,25	$\mu\text{m}$
Densidad de las partículas	2122	$\text{kg}/\text{m}^3$

En figura 3.1 se puede observar una imagen de alta resolución de las partículas Geltech 200 tomada con el microscopio electrónico de barrido ZEISS.



*Figura 3.1: Partículas Geltech 200. Fuente: Imagen entregada por Dr. Ing. Gonzalo Salinas Salas.*

#### 3.1.2 Geltech 1000

En el gráfico 3.2, se observa las distribuciones de tamaño acumulativa ( $Q_3$ ) e incremental ( $q_3$ ) para las partículas Geltech 1000 tomadas de la misma manera que para el anterior sistema de partículas. Los valores de las distribuciones de tamaño de este sistema de partícula se encuentran en el Anexo 2.2.

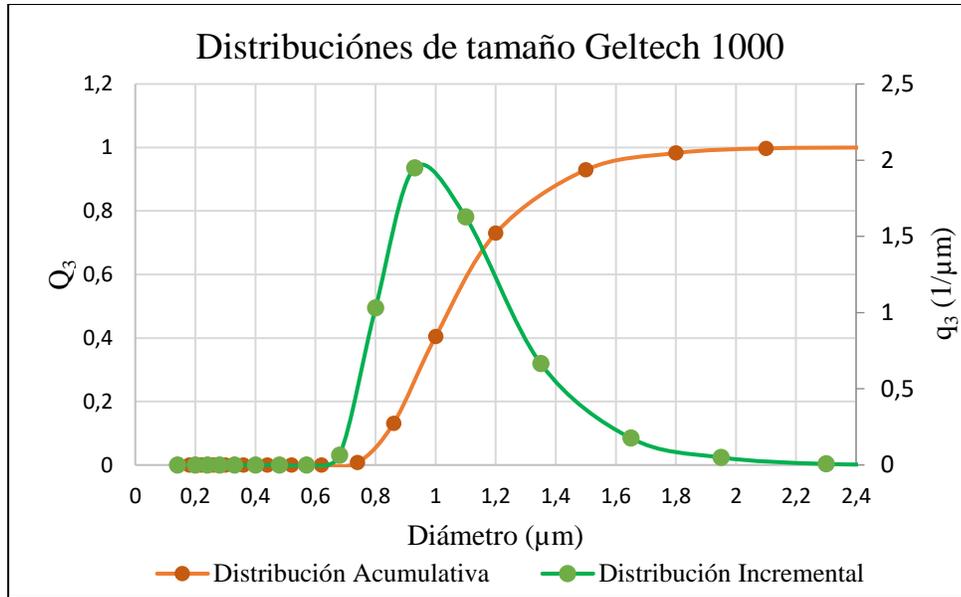


Gráfico 3.2: Distribuciones de tamaño Geltech 1000. Fuente: Elaboración propia a partir de datos entregados.

Los datos iniciales para este sistema de partículas se muestran en la tabla 3.3.

Tabla 3.3: Datos iniciales Geltech 1000. Fuente: Elaboración propia a partir de datos entregados.

Geltech 1000	
Diámetro Nominal	1 μm
Diámetro Representativo	1,2 μm
Densidad de las partículas	2200 kg/m <sup>3</sup>

A continuación, en la figura 3.2, se muestra una fotografía de este sistema de tomadas por el microscopio electrónico.

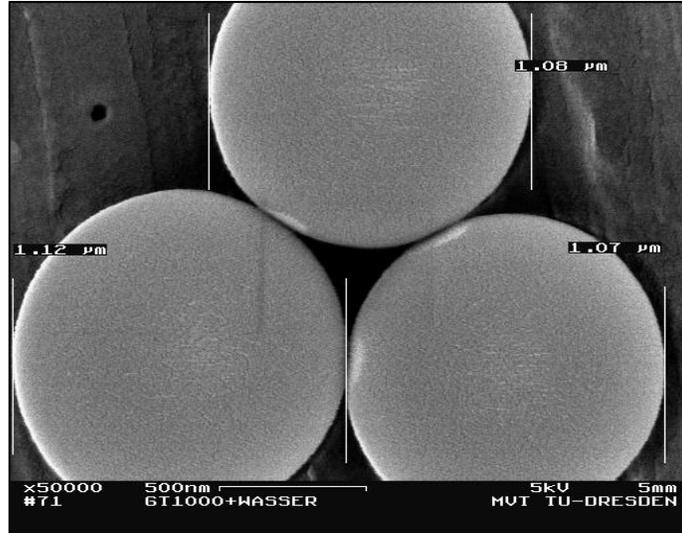


Figura 3.2: Partículas Geltech 1000. Fuente: Imagen entregada por Dr. Ing. Gonzalo Salinas Salas.

### 3.1.2 GELTECH 1500

De la misma manera que para los demás sistemas de partículas, se determinó las distribuciones de tamaño Acumulativa ( $Q_3$ ) e incremental ( $q_3$ ) para 1,5  $\mu\text{m}$ , la cual se puede observar en el gráfico 3.3 y cuyos valores se encuentran en el Anexo 2.3.

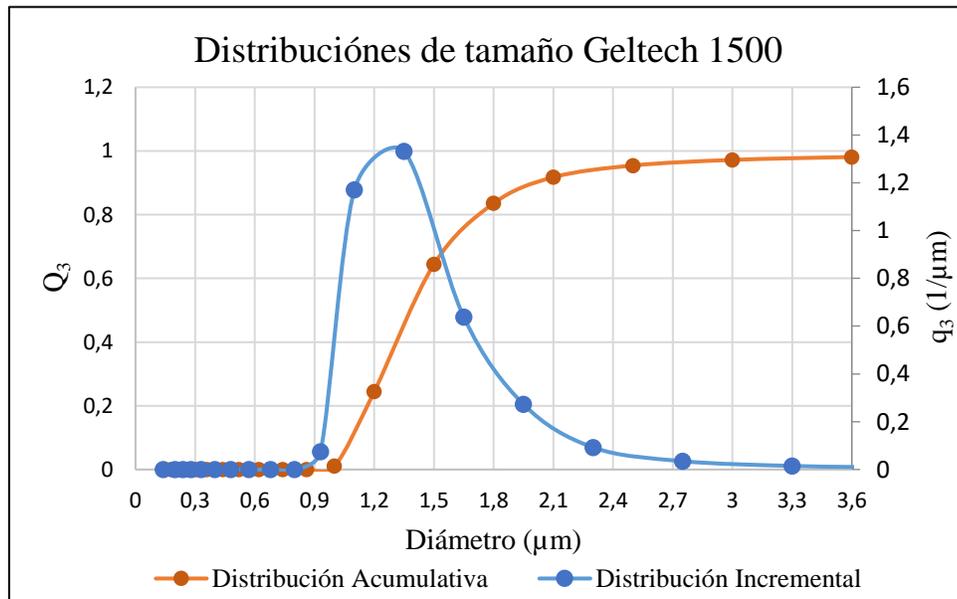


Gráfico 3.3: Distribuciones de tamaño Geltech 1500. Fuente: Elaboración propia a partir de datos entregados.

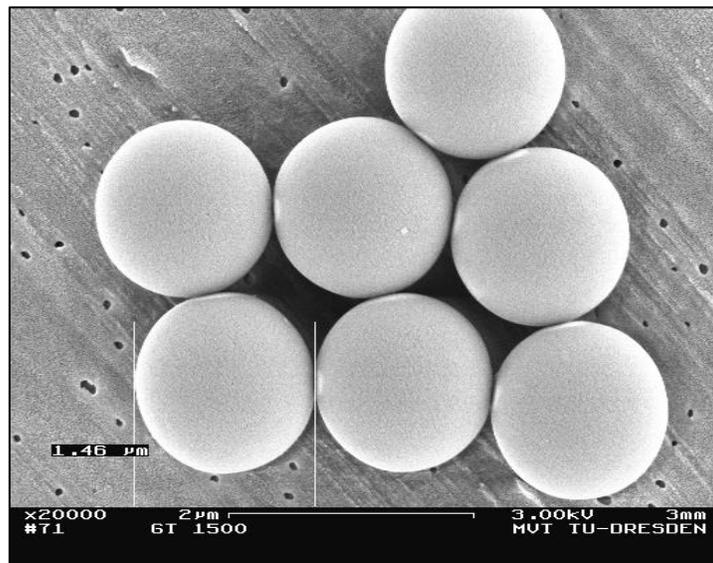
### Capítulo 3. Desarrollo de la solución del problema

Para Geltech 1500, los datos iniciales se muestran en la tabla 3.4.

*Tabla 3.4: Datos iniciales Geltech 1500. Fuente: Elaboración propia a partir de datos entregados.*

Geltech 1500	
Diámetro Nominal	1,5 $\mu\text{m}$
Diámetro Representativo	1,56 $\mu\text{m}$
Densidad de las partículas	2150 $\text{kg/m}^3$

En la figura 3.3 se observan la fotografía de un conjunto de partículas Geltech 1500.



*Figura 3.3: Partículas Geltech 1500. Fuente: Imagen entregada por Dr. Ing. Gonzalo Salinas Salas.*

## 3.2 DESCRIPCIÓN DE LAS SUSPENSIONES

En primer lugar, las suspensiones están constituidas por una fase discontinua y otra continua, siendo la fase discontinua (o dispersa), los sistemas de partículas antes mencionados, donde cada suspensión debe tener solo un tamaño de partícula para ser analizada. Por otro lado, la fase continua es la fase líquida o dispersante de la suspensión.

La fase continua utilizada en las suspensiones es agua tridestilada y desionizada, la cual es usada para análisis experimentales como este, ya que no posee ningún compuesto ajeno como sales

## Capítulo 3. Desarrollo de la solución del problema

minerales o sólidos inorgánicos de orden submicrométrico que alteraría las suspensiones y posee las condiciones requeridas para procedimientos experimentales.

Por último, a las suspensiones se le agrega hidróxido de potasio (KOH), con la finalidad de aumentar el pH a un grado de acidez cercano a 9 (base), que asegura la estabilidad de la suspensión, por lo que se pueden despreocupar los fenómenos electroquímicos y enfocarse solo en las fuerzas mecánicas.

En la tabla 3.5 se muestran los datos iniciales para el fluido de las suspensiones.

*Tabla 3.5: Datos iniciales para suspensiones. Fuente: Elaboración propia a partir de datos entregados.*

Suspensiones	
Densidad del fluido (kg/m <sup>3</sup> )	997,8
Viscosidad dinámica (μPa·s)	960

### 3.3 EQUIPOS EMPLEADOS

A continuación, se describen los equipos de laboratorio empleados para la medición, preparación y control de las suspensiones.

#### 3.3.1 Equipo de medición: Shimadzu SA-CP3

Shimadzu SA-CP3 es una centrifuga analítica de sedimentación, equipo que se utiliza para determinar la distribución de tamaño de partículas, el cual funciona sobre el principio de sedimentación en un campo centrifugo y detección fotométrica, pudiéndose utilizar también para un campo gravitacional. Para el funcionamiento de este equipo solo puede operar, adecuadamente, con concentraciones volumétricas bajas de material particulado, lo que da lugar a que las suspensiones contenga una fracción másica bajo 0,01.

El proceso de sedimentación comienza una vez iniciado la centrifugación, la cual, a medida que transcurre el tiempo cambia la posición de las partículas dentro de la cubeta, es decir, sedimentan. Para medir la concentración se pasa un haz de luz a través de la cubeta, su cambio

### Capítulo 3. Desarrollo de la solución del problema

de intensidad es registrado mediante un detector. Los valores de intensidad de luz alimentan como señales eléctricas a un convertidor análogo digital, el cual los envía a la computadora.



*Figura 3.4: Shimadzu SA-CP3. Fuente: Imágenes entregadas por Dr. Ing. Gonzalo Salinas Salas.*

#### Datos técnicos de la centrifuga Shimadzu SA-CP3

Tipo	: Sistema de análisis centrifugo de tamaño de partículas SA-CP3
Fabricante	: Shimadzu Corporation Kyoto Japón
Puntos de medición	: 84 ó 90 mm desde el punto de rotación
Rango de velocidad	: 500 a 5000 rpm
Lampara	: Halógena
Filtro	: Protección térmica más un filtro verde
Sensor fotométrico	: Silicon Photocell
Cantidad de lugares de muestra	: 1
Distancia del rotor al sensor	: 73 mm al sensor 1; 84 mm al sensor 2
Cubeta	: Rectangular, hecha de cuarzo, 8x14 mm <sup>2</sup>

## Capítulo 3. Desarrollo de la solución del problema

Volumen de la muestra	: 3ml
Masa de solido	: 0,001
Rango tamaño de partícula	: 20 a 150000 nm

### **Equipos utilizados para preparación y control de suspensiones**

#### **3.3.2 Balanza de laboratorio SARTORIUS**

La balanza de laboratorio es un instrumento con el cual se realiza la medición de masa. En experimentos como este en particular, se necesita un equipo de alta precisión para determinar la masa solida requerida. Para esto, se utilizó una balanza SARTORIUS Analytic AC 210S, la cual posee una precisión de  $\pm 0,001$  gr. Cabe señalar, que en el Anexo 1.3, se encuentran los datos técnicos de esta balanza.

#### **3.3.3 Agitador magnético**

Equipo utilizado, principalmente, para agitar y/o mezclar soluciones. Consta de una pequeña capsula o barra magnética, la cual está cubierta por un plástico, esta debe estar dentro del recipiente con la solución. Por otro lado, debajo del recipiente se encuentra una placa que contiene un imán rotatorio o electroimanes en forma circular, con el fin de crear un campo magnético rotatorio. Este instrumento es usado para cantidades de muestra relativamente pequeñas. El agitador magnético se utilizó para mezclar las suspensiones y lograr una dispersión de las partículas.

#### **3.3.4 Homogeneizador ULTRA TURRAX**

Es un dispositivo de dispersión de alto rendimiento que consiste en un agitador cerrado, el cual debido a las altas revoluciones aspira axialmente la suspensión mediante una varilla de dispersión y la libera radialmente a través de ranuras laterales. Este procedimiento produce turbulencias lo que se traduce en una dispersión y homogeneización de la mezcla. En este experimento se utilizó el homogeneizador ULTRA TURRAX T50 del fabricante IKA, para

## Capítulo 3. Desarrollo de la solución del problema

lograr la dispersión de los sistemas de partículas, cuyos datos técnicos se pueden encontrar en el Anexo 1.1.

### **3.3.5 Homogeneizador ultrasónico**

Dispositivo de dispersión mediante ultrasonido. Su funcionamiento se basa en enviar pulsos cortos ultrasónicos hacia la suspensión mediante una sonda con el fin de lograr la dispersión. Sin embargo, este procedimiento conlleva un aumento de la temperatura. Se utilizó un homogeneizador ultrasónico vibra-cell VCX 500 del fabricante Bioblock Scientific. La ficha técnica de este homogeneizador se muestra en el Anexo 1.2.

### **3.3.6 Espectrómetro de difracción láser**

Equipo normado para medición de distribución de tamaño, se utilizó para el control de la dispersión de la suspensión. Mediante este dispositivo se determina si el grado de dispersión es suficiente o no. Este control fue llevado a cabo por un espectrómetro HELOS del fabricante SYMPATEC. Sus datos técnicos, se encuentran en el Anexo 1.4.

### **3.3.7 Microscopio electrónico de barrido**

Tipo de microscopio electrónico capaz de producir imágenes de alta resolución de la superficie de la muestra mediante la aplicación de un haz de electrones para formar una imagen. Este equipo se utilizó para la medición y control del tamaño de los sistemas de partículas, toma de fotografías de estas y la verificación de que la suspensión no contenga otras partículas. El microscopio usado fue del fabricante ZEISS GEMINI 942 y sus características técnicas están en el Anexo 1.5.

### **3.3.8 Medidor de pH**

Instrumento de medición para determinar el valor de pH, el cual se utilizó, exclusivamente, para aspectos control de la estabilización de la suspensión.

### **3.4 PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL**

En este punto, se desarrollarán las metodologías utilizadas para la preparación de las suspensiones y de mediciones. Cabe destacar, que el procedimiento es el mismo para las distintas suspensiones y que, además, estos fueron realizados en diferentes momentos y/o épocas para cada suspensión. A su vez, se utilizaron distintas concentraciones, teniendo en primera instancia una suspensión madre, la que se empleó mediante diluciones sucesivas para elaborar las suspensiones con las concentraciones que se emplearon para las mediciones. Estas mediciones con las suspensiones diluidas fueron realizadas tres veces con el fin de obtener valores representativos. Por último, es de importancia señalar, que este procedimiento experimental fue desarrollado bajo la Norma DIN 66111, correspondiente a ensayos de sedimentación.

#### **3.4.1 Metodología para preparación y dispersión de suspensiones**

Las suspensiones se preparan y dispersan mediante el siguiente procedimiento:

##### Preparación

1. Estimar la cantidad de masa de partículas y líquido correspondiente para cada suspensión.
2. Mesar la cantidad de partículas Geltech requeridas para la suspensión y concentración necesaria mediante la balanza Sartorius.
3. Medir la cantidad de líquido.
4. Mezcla de las partículas y líquido.
5. Ajuste y control del pH agregando KOH a la solución.

##### Dispersión y control

1. 30 minutos en agitador magnético.
2. 10 minutos en homogeneizador Ultra Turrax T50 con 10.000 rpm.

### Capítulo 3. Desarrollo de la solución del problema

3. 2,5 minutos en homogeneizador ultrasónico Vibra Cell, con ajuste 9-1 s y una intensidad del 80%.
4. Otros 10 minutos en ULTRA TURRAX a 10.000 rpm.
5. Control del comportamiento de distribución de tamaño mediante espectrómetro HELOS y/o microscopio electrónico con evaluación de imagen.
6. Control (y ajuste) de pH.
7. Equilibrio de la suspensión, mediante el agitador magnético cubierto con Parafilm.
8. Se carga la suspensión en la cubeta de la centrifuga y se realizan las mediciones.

Para poder realizar mediciones con otra suspensión, concentración y/o diluir la solución madre, se repite la metodología de dispersión y control.

#### **3.4.2 Metodología para medición**

Una vez preparadas las suspensiones, se procede a realizar las mediciones mediante la centrifuga de sedimentación Shimadzu SA-CP3, para ello se sigue el procedimiento detallado a continuación:

1. Llenar la cubeta con la suspensión correspondiente.
2. Colocar la cubeta en su emplazamiento.
3. Llevar el equipo a la velocidad de giro requerida según el tamaño de las partículas contenidas en las suspensiones.
4. Realizar las mediciones correspondientes.

En la Tabla 3.6 se muestran los valores de velocidad de giro y angular utilizados en la medición con la centrifuga analítica Shimadzu SA-CP3, para cada sistema de partícula. Cabe destacar que para Geltech 1000 y 1500 se utilizaron distintas velocidades a fin de tener datos más precisos y

### Capítulo 3. Desarrollo de la solución del problema

para Geltech 200 la velocidad es mayor debido a que al ser más pequeña necesita una mayor velocidad para sedimentar en un tiempo razonable.

*Tabla 3.6: Datos iniciales de las mediciones realizadas. Fuente: Elaboración propia a partir de datos entregados.*

Suspensiones	Geltech 200	Geltech 1000	Geltech 1500
Radio de giro (m)	0,11256	0,11256	0,11256
Velocidad de giro (rpm)	2000	1000	1000
	-	750	750
	-	500	500
Velocidad angular (rad/s)	209,44	104,72	104,72
	-	78,54	78,54
	-	52,36	52,36

### 3.5 VELOCIDAD EXPERIMENTAL

Mediante la centrifuga analítica Shimadzu SA-CP3 se midió la velocidad de sedimentación de los distintos sistemas de partículas para diferentes cantidades de concentración volumétrica de sólidos, comenzando con la mayor concentración y luego diluyendo la suspensión para lograr concentraciones menores y recabar una mayor cantidad de datos. Cabe destacar que entre cada dilución de las suspensiones se repite la metodología de dispersión y control de estas, a fin de que contengan los parámetros requeridos para llevar a cabo las mediciones.

A continuación, se presentan las mediciones obtenidas para cada sistema de partícula, las cuales dependen de su concentración volumétrica de sólidos y velocidad de giro de la centrifuga.

#### **Geltech 200**

Para Geltech 200, se utilizó una velocidad de giro de 2000 rpm y concentraciones volumétricas en el rango desde 0,05 hasta 0,015 aproximadamente. Los resultados se muestran en la tabla 3.7.

Tabla 3.7: Velocidad experimental para Geltech 200. Fuente: Elaboración propia.

<b>Geltech 200</b>		
<b>Concentración volumétrica (-)</b>	<b>Velocidad Experimental (µm/s)</b>	<b>rpm</b>
0,01452	16,136	2000
0,01472	15,884	
0,01491	15,786	
0,01526	15,724	
0,02503	14,017	
0,02513	13,953	
0,02618	13,829	
0,04768	11,587	
0,04831	11,276	
0,04953	11,168	
0,05021	11,223	
0,1031	6,023	

### **Geltech 1000**

En las mediciones correspondientes a Geltech 1000, se utilizaron velocidades de giro de 1000, 750 y 500 rpm. Además, las concentraciones volumétricas varían entre 0,01 y 0,05. En la tabla 3.8 se muestran las mediciones obtenidas.

Tabla 3.8:: Velocidad experimental para Geltech 1000. Fuente: Elaboración propia.

<b>Geltech 1000</b>		
<b>concentración volumétrica (-)</b>	<b>Velocidad Experimental (µm/s)</b>	<b>rpm</b>
0,010	27,711	500
0,020	26,340	
0,049	17,931	
0,012	59,818	750
0,018	56,408	
0,055	38,258	
0,011	104,795	1000
0,021	101,084	
0,050	75,434	

### Geltech 1500

Al igual que el sistema de partículas anterior, para Geltech 1500 se realizaron mediciones con velocidades de giro de 500, 750 y 1500 rpm. Sus concentraciones volumétricas estuvieron entre 0,004 y 0,04. Los resultados de las velocidades medidas se muestran en la tabla 3.9.

*Tabla 3.9: Velocidad experimental para Geltech 1500. Fuente: Elaboración propia.*

Geltech 1500		
Concentración Volumétrica	Velocidad Experimental ( $\mu\text{m/s}$ )	rpm
0,004	49,408	500
0,008	47,936	
0,009	45,813	
0,009	45,168	
0,041	33,234	
0,018	96,190	750
0,041	74,550	
0,041	133,943	1000

### 3.6 CÁLCULO DE VELOCIDAD DE STOKES

Para poder llevar a cabo análisis y además tener una base común para la velocidad de sedimentación medida mediante la centrifuga Shimadzu SA-CP3, es necesario conocer la velocidad de Stokes para cada sistema de partícula utilizadas en el procedimiento experimental.

Así, utilizando los datos iniciales para Geltech 200, 1000 y 1500 descritos en las tablas 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 y reemplazando en la ecuación 19, se obtienen los valores de velocidad de Stokes para cada sistema, los cuales se presentan en la tabla 3.7. Además, en el Anexo 3.1, se encuentra una demostración del cálculo de la velocidad de Stokes de la forma que se obtuvieron los valores de la tabla 3.7.

Para efectos de los cálculos de velocidad de Stokes para cada sistema de partículas, se utilizó como diámetro representativo de los sistemas de partículas el valor de diámetro de Sauter,

### Capítulo 3. Desarrollo de la solución del problema

entregado por espectrómetro laser HELOS que consta en la tabla número 3.10.

Tabla 3.10: Velocidad de Stokes para cada sistema de partículas. Fuente: Elaboración propia

Sistemas de partículas	rpm	Velocidad de Stokes (µm/s)
Geltech 200	2000	20,076
Geltech 1000	1000	123,662
	750	69,560
	500	30,916
Geltech 1500	1000	200,297
	750	112,667
	500	50,074

### 3.7 VELOCIDAD NORMALIZADA

La velocidad normalizada es el cociente entre la velocidad medida para una concentración determinada de partículas y la velocidad de Stokes definida para una sola partícula sedimentando. Con este cálculo se genera una relación entre las velocidades, en otras palabras, se establece una base común entre los diferentes sistemas de partículas medidos con distintas velocidades de giro, permitiendo poder realizar análisis en conjunto y para cada sistema de partículas.

Debido a que las mediciones de velocidad realizadas por la centrifuga analítica Shimadzu SA-CP3 dependen de la velocidad de giro del equipo, que para cada sistema de partículas este valor es distinto y de la concentración volumétrica de partículas que, de igual forma varia, es necesario calcular la velocidad normalizada, cuya representación matemática se muestra en la ecuación 32.

$$v_n = \frac{v_{ex}}{v_{sc}} \quad (32)$$

Donde:

$v_n$  : Velocidad normalizada

$v_{ex}$  : Velocidad experimental

### Capítulo 3. Desarrollo de la solución del problema

A continuación, se presentan los resultados del cálculo de la velocidad normalizada para cada sistema de partícula junto con la concentración volumétrica de estas. A su vez, en el Anexo 3.2 se encuentra la demostración para un cálculo de velocidad normalizada, de modo de exponer como se obtuvieron los valores de cada velocidad.

#### **Geltech 200**

En la tabla 3.11, se presenta la velocidad normalizada para las distintas concentraciones volumétricas utilizadas para la suspensión con el sistema de partículas Geltech 200.

*Tabla 3.11: Velocidad normalizada para Geltech 200. Fuente: Elaboración propia.*

<b>Geltech 200</b>	
<b>Concentración volumétrica (-)</b>	<b>Velocidad Normalizada (-)</b>
0,015	0,804
0,015	0,791
0,015	0,786
0,015	0,783
0,025	0,698
0,025	0,695
0,026	0,689
0,048	0,577
0,048	0,562
0,050	0,556
0,050	0,559
0,1031	0,302

El grafico 3.4, representa los datos mostrados anteriormente, donde se puede observar que a medida que aumenta la concentración volumétrica de la suspensión, la velocidad normalizada disminuye. Esto indica más disparidad entre la velocidad teórica y la medida experimentalmente, a mayor concentración.

### Capítulo 3. Desarrollo de la solución del problema

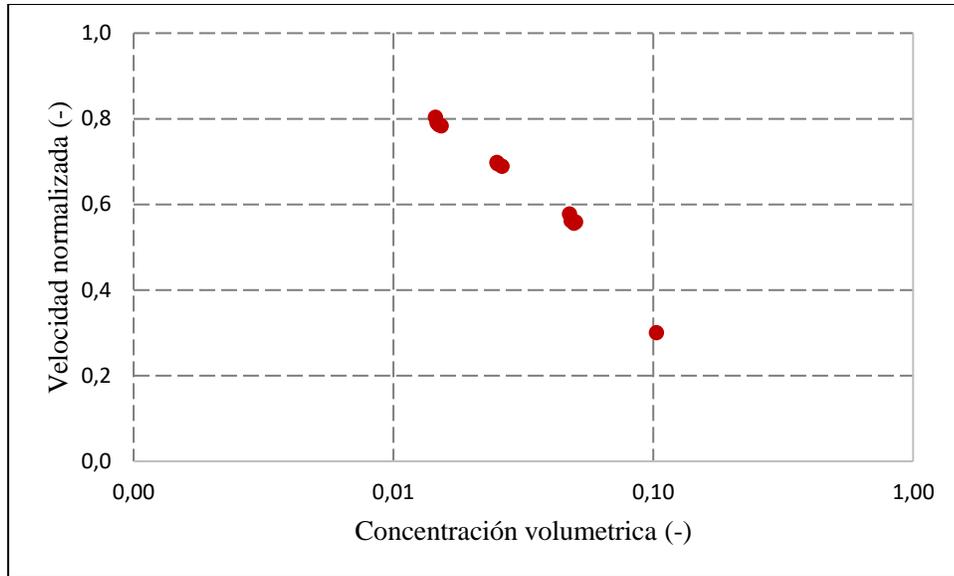


Gráfico 3.4: Velocidad normalizada dependiendo de la concentración volumétrica para Geltech 200. Fuente: Elaboración propia.

#### Geltech 1000

La velocidad normalizada para Geltech 1000 se muestra en la tabla 3.12.

Tabla 3.12: Velocidad normalizada para Geltech 1000. Fuente: Elaboración propia.

Geltech 1000	
Concentración volumétrica (-)	Velocidad Normalizada (-)
0,010	0,896
0,011	0,847
0,012	0,860
0,018	0,811
0,020	0,852
0,021	0,817
0,049	0,580
0,050	0,610
0,055	0,550

Al graficar los datos de la tabla 3.12, se puede observar el mismo comportamiento que para la suspensión con Geltech 200, el cual se muestra en el gráfico 3.5.

Capítulo 3. Desarrollo de la solución del problema

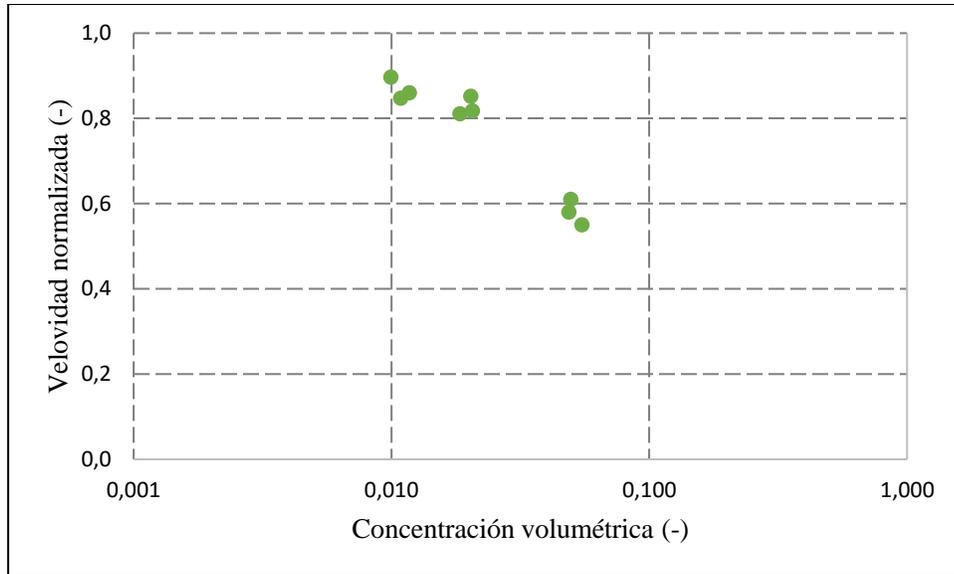


Gráfico 3.5: Velocidad normalizada dependiendo de la concentración volumétrica para Geltech 1000. Fuente: Elaboración propia.

**Geltech 1500**

Para la suspensión con este sistema de partículas, se obtuvieron los valores de velocidad normalizada presentados en la tabla 3.13.

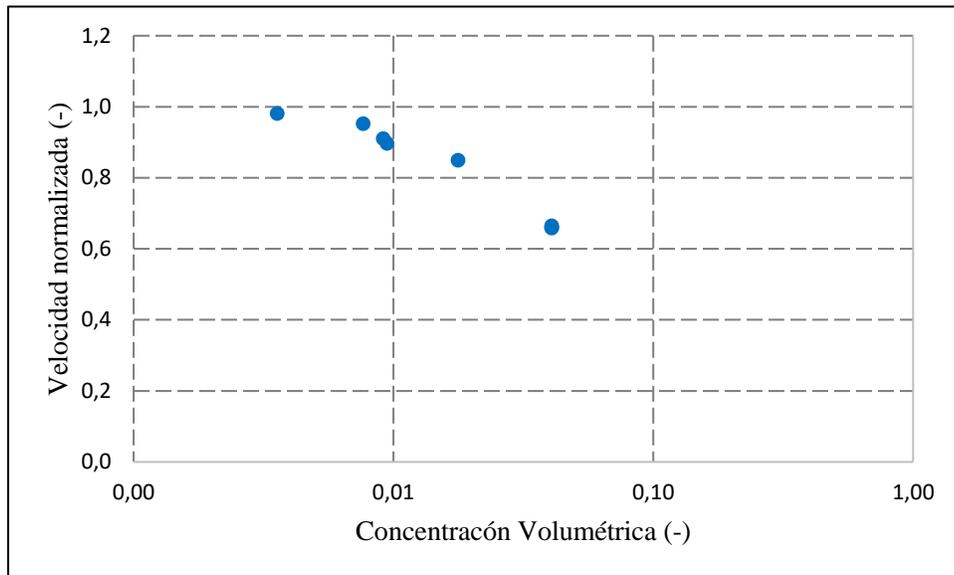
Tabla 3.13: Velocidad normalizada para Geltech 1500. Fuente: Elaboración propia.

Geltech 1500	
Concentración volumétrica (-)	Velocidad Normalizada (-)
0,004	0,981
0,008	0,952
0,009	0,910
0,009	0,897
0,018	0,849
0,041	0,660
0,041	0,658
0,041	0,665

El gráfico 3.6, muestra la representación de los datos anteriores, donde se observa el mismo comportamiento de las otras suspensiones, agregando que, para concentraciones iguales a las

### Capítulo 3. Desarrollo de la solución del problema

otras, Geltech 1500 posee valores de velocidad normalizada mayor, sin embargo, no es posible realizar mayor análisis con los datos explícitos de las mediciones.



*Gráfico 3.6: Velocidad normalizada dependiendo de la concentración volumétrica para Geltech 1500. Fuente: Elaboración propia.*

## 3.8 CONTRASTE SISTEMAS DE PARTÍCULAS Y FUNCIÓN DE CORRECCIÓN DE RICHARDSON & ZAKI

Como se mencionó en el capítulo 2, la función de corrección propuesta por Richardson & Zaki desarrollada a partir de una modelación semi empírica, considera la concentración volumétrica de las partículas ( $C$ ) o en su defecto, la porosidad de la suspensión ( $1-C$ ) y el exponente “ $n$ ”, el cual adopta el valor de 4,65 para números de Reynolds menores o igual a 0,25 es decir, en régimen laminar, independiente del tamaño de las partículas. Generalmente este flujo corresponde a partículas de orden micrométrico. Para verificar si existe alguna influencia del tamaño de las partículas y el valor del exponente “ $n$ ”, en primer lugar, se graficarán los valores obtenidos para cada sistema de partícula en contraste con la función de corrección de Richardson & Zaki.

El gráfico 3.7 representa los valores de los tres distintos tamaños de partículas junto con la función de corrección propuesta por Richardson & Zaki. Se puede observar que los sistemas de partículas adoptan un comportamiento similar a la función de corrección, lo que significa que

### Capítulo 3. Desarrollo de la solución del problema

el factor de corrección permite predecir el comportamiento de la velocidad de sedimentación efectiva, siendo Geltech 1500 la más cercana a dicha función y Geltech 200 la más lejana. Sin embargo, a pesar de tener un comportamiento similar, la función de corrección de Richardson y Zaki no genera el ajuste necesario para representar satisfactoriamente el comportamiento de cada sistema de partícula.

Es por esto, que se propone realizar un ajuste a la función de corrección de Richardson & Zaki a partir del exponente “n” para cada tamaño de los sistemas de partículas estudiados.

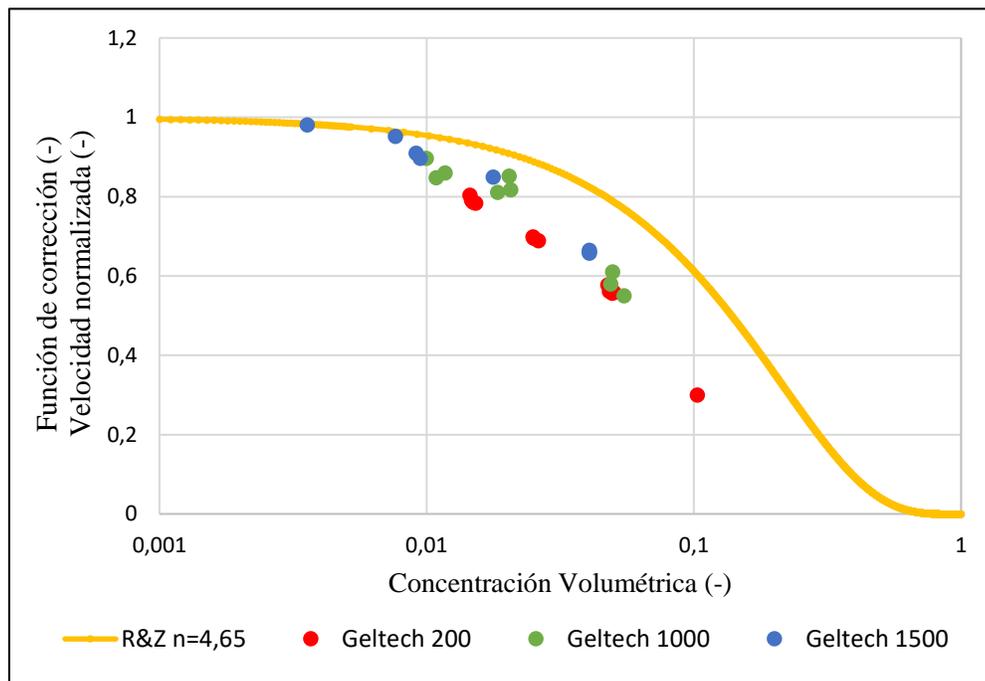


Gráfico 3.7: Contraste entre sistemas de partículas y función de corrección.

Fuente: Elaboración propia.

### 3.9 AJUSTE DE CURVA Y DETERMINACIÓN DEL EXPONENTE “n”

Ya que hay una discrepancia entre la función de corrección de velocidad de sedimentación de Richardson & Zaki y los valores de velocidad normalizados, se pretende realizar un mejor ajuste de esta función mediante la obtención de nuevos valores para el exponente “n” para cada tamaño de los sistemas de partículas estudiados.

Para determinar el valor de los exponentes, en primer lugar, se realizó una linealización de la curva de los valores experimentales obtenidos para cada sistema de partícula mediante la aplicación de logaritmo a la velocidad normalizada y a la porosidad de las suspensiones (1-C). Estos valores para la construcción de cada gráfico se pueden encontrar en el Anexo 5. Luego, se procedió a realizar un ajuste lineal de los datos mediante el método de mínimos cuadrados en un gráfico doble logarítmico con las variables antes mencionadas, utilizando para ello líneas de tendencia del Software Excel de Microsoft office®, donde además se realizaron las gráficas de los datos obtenidos.

Mediante esta herramienta de office, se obtiene la ecuación de la recta que ajusta de mejor manera los valores entregados de las dos variables y dado que el gráfico realizado es doble logaritmo, la pendiente de la recta representa los valores que adopta el exponente “n” para cada tamaño de sistema de partículas. Además, Excel® entrega el coeficiente de determinación ( $R^2$ ) que permite definir la consistencia del ajuste realizado.

El gráfico 3.8 representa el ajuste realizado para Geltech 200, donde según se observa el valor del exponente para este tamaño de partícula es de  $n = 10,107$  correspondiente a la pendiente de la recta. Además, el coeficiente de determinación es de  $R^2 = 0,9959$ .

### Capítulo 3. Desarrollo de la solución del problema

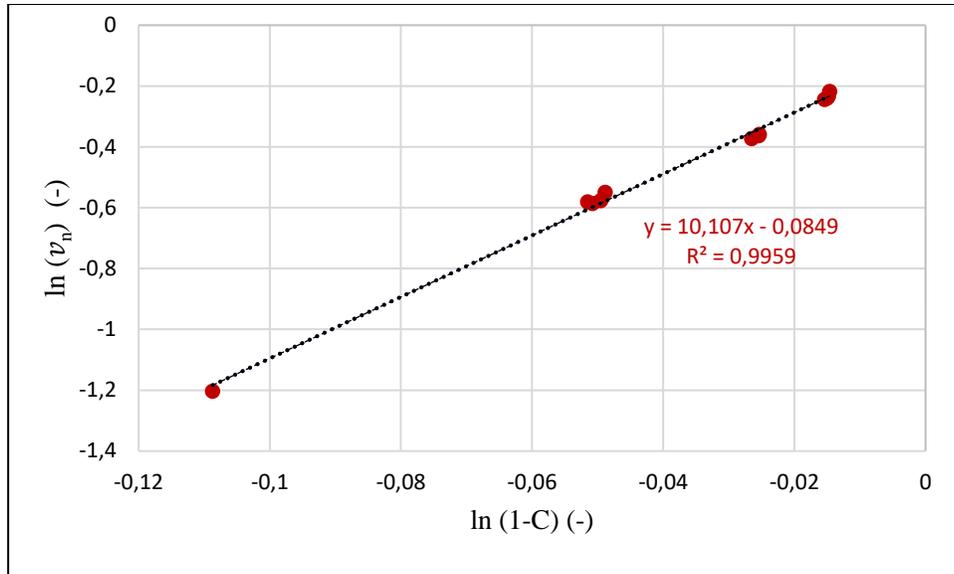


Gráfico 3.8: Ajuste por línea de tendencia para Geltech 200. Fuente: Elaboración Propia.

Asimismo, para Geltech 1000, el valor del exponente según el ajuste realizado es de 10,038, cuyo coeficiente de determinación es de  $R^2 = 0,9722$ . Esto se muestra en el Grafico 3.9.

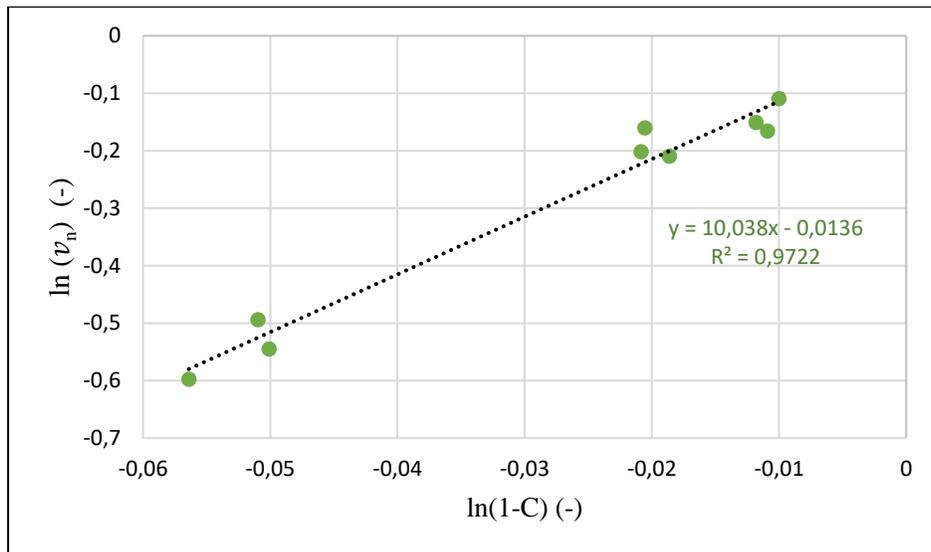


Gráfico 3.9: Ajuste por línea de tendencia para Geltech 1000. Fuente: Elaboración propia.

Por último, el grafico 3.10, representa el ajuste realizado para Geltech 1500, donde su pendiente y por ende el valor que adoptaría el exponente es  $n = 10,235$  y su coeficiente de correlación es  $R^2 = 0,9946$ .

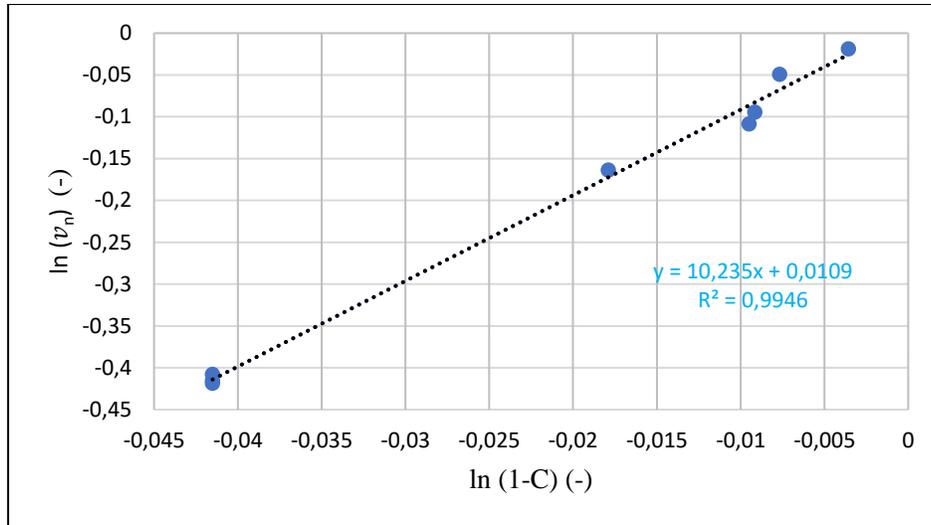


Gráfico 3.10: Ajuste por línea de tendencia para Geltech 1500. Fuente: Elaboración propia.

Así, mediante el ajuste realizado para los valores obtenidos experimentalmente de cada sistema de partículas, se determinaron distintos valores que adopta el exponente de la función de corrección de velocidad de sedimentación de Richardson & Zaki para cada uno de los tres distintos tamaños de micropartículas, lo que habla de una relación y/o influencia entre estas dos variables.

### 3.10 CONTRASTE ENTRE LOS AJUSTES DE CURVA PARA LOS TRES DISTINTOS TAMAÑOS DE PARTÍCULAS

Una vez realizado los ajustes de curva mediante gráficos doble logarítmicos, se obtuvieron los valores que adopta el exponente mediante una línea de tendencia utilizando Microsoft Excel®, los cuales, considerando la forma doble logarítmica de los gráficos, se observan en la pendiente de la recta de la línea de tendencia (valor que multiplica a “x”). El resumen de los resultados se puede observar en la tabla 3.14.

Tabla 3.14: Resumen de los ajustes realizados a los tres tamaños de partículas. Fuente: Elaboración propia.

Sistema de partículas	Ecuación línea de tendencia	R <sup>2</sup>
Geltech 200	$y = 10,107x - 0,0849$	0,9959
Geltech 1000	$y = 10,038x - 0,0136$	0,9722
Geltech 1500	$y = 10,235x - 0,0109$	0,9946

Sin embargo, la representación gráfica de los ajustes se realizó en forma individual para cada sistema de partículas, lo que no permite una visualización en conjunto para poder observar el comportamiento de los tres sistemas a la vez. Por esto, es necesario hacer una representación de esta situación, lo cual se puede apreciar en el gráfico 3.11.

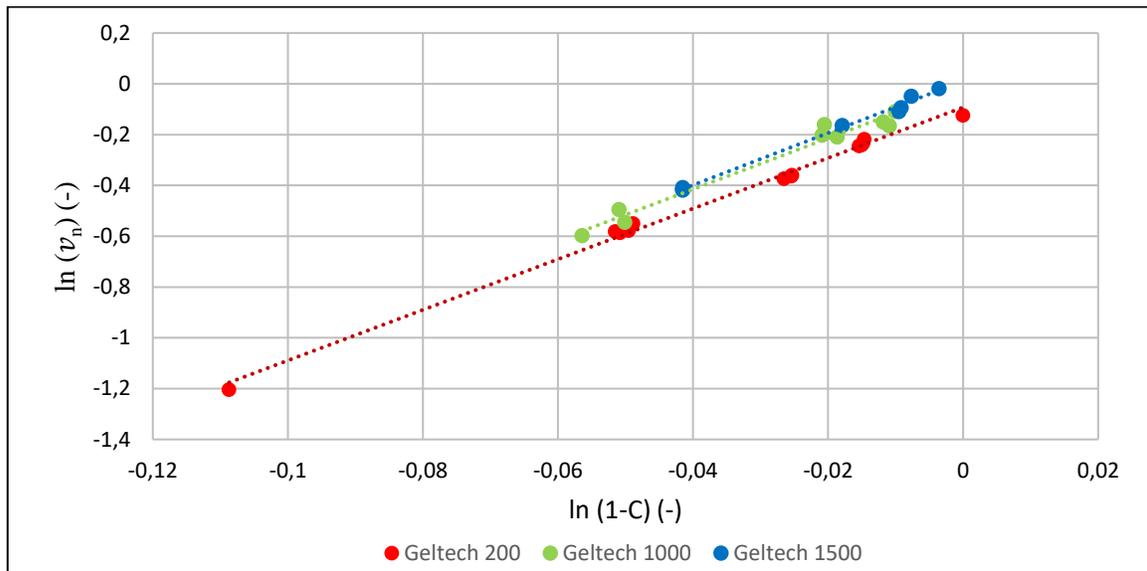


Gráfico 3.11: Comparación ajuste de los tres sistemas de partículas. Fuente: Elaboración propia.

En el gráfico 3.11, se observa la linealización de la velocidad normalizada empleando logaritmo. Además, se nota los ajustes realizados mediante línea de tendencia por métodos de mínimos cuadrados para Geltech 200, 1000 y 1500, donde los tres sistemas de partículas presentan un comportamiento similar. Las líneas de tendencias son aparentemente paralelas y sus pendientes casi idénticas (ver tabla 3.14), solo tienen una diferencia decimal entre ellas. Esto permite señalar a priori, que los resultados son consistentes y están representando el fenómeno real.

### **3.11 ERRORES ABSOLUTOS Y RELATIVOS DE LA VELOCIDAD EFECTIVA DE SEDIMENTACIÓN**

Una vez realizado el ajuste y obtenido los valores del exponente que adopta cada tamaño de sistemas de partículas según las mediciones de la etapa experimental, es necesario conocer un valor cuantitativo que permita valorar el ajuste realizado. Para esto, se utilizará el error relativo porcentual y error absoluto. Se realizará calculando dichos errores a partir de la función original propuesta por Richardson & Zaki, vale decir, con un valor de  $n=4,65$  en contraste con el valor de “ $n$ ” obtenido mediante el ajuste realizado en la etapa experimental, para cada tamaño de sistemas de partículas.

Los resultados de los cálculos de errores absolutos y relativos se pueden observar en las tablas 3.15, 3.16 y 3.17, para cada sistema de partículas, además, en el Anexo 3.5, se encuentra una demostración del cálculo del error absoluto y relativo para mostrar la forma de obtención de los errores que aparecen en las tablas mencionadas.

Los cálculos de las velocidades corregidas para Geltech 200 fueron utilizando su velocidad teórica, la cual es de  $20,076$  ( $\mu\text{m/s}$ ). En la tabla 3.15, se puede observar los resultados tanto de las velocidades efectivas o corregidas y de los errores, donde la diferencia entre las velocidades corregidas y la experimental (error absoluto) es de pequeña magnitud, pero en el error porcentual se nota más la cuantificación de este. Además, con el exponente obtenido se evidencian mejores resultados.

Tabla 3.15: Contraste errores de la velocidad efectiva para Geltech 200. Fuente: Elaboración propia.

<b>GELTECH 200</b>							
<b>Etapas experimental</b>		<b>Exponente n=4,65</b>			<b>Exponente n=10,107</b>		
<b>Concentración volumétrica (-)</b>	<b>Velocidad Experimental (µm/s)</b>	<b>Velocidad corregida (µm/s)</b>	<b>Error relativo (%)</b>	<b>Error absoluto (µm/s)</b>	<b>Velocidad corregida (µm/s)</b>	<b>Error relativo (%)</b>	<b>Error absoluto (µm/s)</b>
0,0145	16,136	18,756	14,0%	2,620	17,317	6,8%	1,181
0,0147	15,884	18,738	15,2%	2,855	17,282	8,1%	1,398
0,0149	15,786	18,721	15,7%	2,935	17,248	8,5%	1,462
0,0152	15,724	18,691	15,9%	2,967	17,186	8,5%	1,462
0,0250	14,017	17,844	21,4%	3,827	15,539	9,8%	1,521
0,0251	13,953	17,835	21,8%	3,883	15,522	10,1%	1,570
0,0261	13,829	17,746	22,1%	3,917	15,354	9,9%	1,525
0,0476	11,587	15,996	27,6%	4,409	12,253	5,4%	0,665
0,0483	11,276	15,947	29,3%	4,672	12,171	7,4%	0,896
0,0495	11,168	15,852	29,6%	4,685	12,014	7,0%	0,847
0,0502	11,223	15,800	29,0%	4,577	11,928	5,9%	0,705
0,1031	6,023	12,111	100%	6,068	6,692	10,7%	0,649

Al contrario que el caso anterior, para Geltech 1000 se utilizaron distintas velocidades teóricas, ya que, las mediciones realizadas para este tamaño fueron con distintas velocidades de giro (rpm) de la centrifuga analítica, por lo que los cálculos de velocidad corregida (efectiva) son a partir de 30,916 (µm/s) para las primeras cuatro mediciones, 69,560 (µm/s) para las siguientes tres mediciones y 123,662 (µm/s) para las últimas tres.

Los resultados de este sistema se pueden observar en la tabla 3.16 donde se puede evidenciar una notoria disminución de los errores con el exponente obtenido y por lo tanto un mejor acercamiento a la velocidad medida.

Tabla 3.16: Contraste errores de la velocidad efectiva para Geltech 1000.

Fuente: Elaboración propia.

GELTECH 1000							
Etapa experimental		Exponente n=4,65			Exponente n=10,038		
Concentración volumétrica	Velocidad Experimental (µm/s)	Velocidad corregida (µm/s)	Error relativo (%)	Error absoluto (µm/s)	Velocidad corregida (µm/s)	Error relativo (%)	Error absoluto (µm/s)
0,010	27,711	29,509	6,5%	1,798	27,959	0,9%	0,248
0,020	26,340	28,099	6,7%	1,759	25,156	4,5%	1,184
0,049	17,931	24,493	36,6%	6,562	18,700	4,3%	0,769
0,012	59,818	65,846	10,1%	6,028	61,790	3,3%	1,972
0,018	56,408	63,787	13,1%	7,379	57,694	2,3%	1,286
0,055	38,258	53,513	39,9%	15,255	39,490	3,2%	1,232
0,011	104,795	117,540	12,2%	12,745	110,824	5,8%	6,029
0,021	101,084	112,233	11,0%	11,148	100,304	0,8%	0,781
0,050	75,434	97,569	29,3%	22,135	74,139	1,7%	1,295

Los resultados de los errores para Geltech 1500 se muestran en la tabla 3.17. Cabe señalar que, en este sistema, también se realizaron medidas con distintas velocidades de giro, por lo que se tienen distintas velocidades teóricas para aplicar la función de corrección. Para los primeros cinco datos corresponde la velocidad de 50,355 (µm/s), para las siguientes dos mediciones 112,298 (µm/s) y para la última medida 201,418 (µm/s).

Tabla 3.17: Contraste errores de la velocidad efectiva para Geltech 1500.

Fuente: Elaboración propia.

GELTECH 1500							
Etapa experimental		Exponente n=4,65			Exponente n=10,235		
Concentración volumétrica	Velocidad medida (µm/s)	Velocidad corregida (µm/s)	Error relativo (%)	Error absoluto (µm/s)	Velocidad corregida (µm/s)	Error relativo (%)	Error absoluto (µm/s)
0,004	49,408	49,248	0,3%	0,159	48,274	2,3%	1,133
0,008	47,936	48,318	0,8%	0,382	46,290	3,4%	1,646
0,009	45,813	47,985	4,7%	2,172	45,590	0,5%	0,223
0,009	45,168	47,909	6,1%	2,741	45,431	0,6%	0,263
0,041	33,234	41,284	24,2%	8,050	32,741	1,5%	0,493
0,018	96,190	103,668	7,8%	7,478	93,804	2,5%	2,386
0,041	74,550	92,889	24,6%	18,340	73,668	1,2%	0,882
0,041	133,943	165,137	23,3%	31,194	130,966	2,2%	2,978

### Capítulo 3. Desarrollo de la solución del problema

En los estos resultados para Geltech 1500 se observa que los valores de errores obtenidos son notablemente bajos, siendo el mejor ajuste, se pueden evidenciar una corrección a la velocidad teórica similar a la experimental mediante el exponente obtenido.

Con los resultados de la velocidad efectiva y la determinación de los errores, se da término al presente capítulo, correspondiente al desarrollo de la solución al problema, por lo que se da paso al siguiente capítulo donde se analizarán y discutirán los resultados obtenidos en este capítulo.

## **CAPÍTULO 4. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS**

## 4.1 PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS

Los resultados obtenidos a partir de la experimentación, cálculos y ajustes realizados mostraron en primera instancia, una relación de la velocidad de sedimentación en función de las concentraciones utilizadas para cada sistema de partículas, evidenciando un comportamiento similar al de la función de corrección propuesta por Richardson & Zaki. Sin embargo, el ajuste realizado utilizando el exponente de dicha función, no era satisfactorio, ya que discrepaba del comportamiento de los resultados obtenidos. Esto, dio lugar a la determinación de nuevos exponentes para la función de corrección, mediante el establecimiento de líneas de tendencia, empleando el ajuste por mínimos cuadrados a los datos obtenidos de cada sistema de partículas.

Estos valores del exponente se presentan en la tabla 4.1, junto con los valores del número de Reynolds del escurrimiento asociado y el coeficiente de correlación de Pearson para los ajustes de líneas de tendencia realizados.

*Tabla 4.1: Presentación de resultados finales. Fuente: Elaboración propia.*

Sistema de partículas	Rango de número de Reynolds	Exponente "n"	Coefficiente de correlación de Pearson (R)
Geltech 200	$0,000037 \leq Re \leq 0,000059$	10,11	0,998
Geltech 1000	$0,00006 \leq Re \leq 0,00035$	10,04	0,986
Geltech 1500	$0,00011 \leq Re \leq 0,00045$	10,23	0,997

Como muestra la tabla 4.1, los exponentes determinados, marcan una tendencia en cuanto a su valor numérico, el cual oscila en torno a 10, para los tamaños de las partículas micrométricas utilizadas en la etapa experimental. Este valor del exponente de la función de corrección está muy por encima del valor propuesto por Richardson & Zaki, que es 4,65. Además, el valor del coeficiente de correlación de Pearson (R), para cada sistema de partículas es, lo suficientemente cercano a 1, para aseverar que el ajuste realizado a los datos obtenidos es satisfactorio. Esto implica que los valores de los nuevos exponentes determinados permiten predecir, adecuadamente, en términos técnicos, el comportamiento de los valores de la velocidad de

## Capítulo 4: Análisis y discusión de Resultados

sedimentación de estos sistemas de partículas en función de la concentración en la cual se encuentran suspendidos.

Considerando los valores obtenidos, se procedió a determinar los rangos de número de Reynolds de los escurrimientos para cada sistema de partículas de acuerdo con su tamaño (ver Anexo 3.6). Donde se evidencia que estos valores son bajos, debido al tamaño micrométrico de las partículas, lo que implica un bajo peso o fuerza centrífuga, según sea el campo de fuerzas en que sedimentan. Esto conlleva velocidades, extremadamente, bajas de sedimentación. En este contexto, se podría señalar la existencia de un régimen sublaminar, dado que todos los regímenes de escurrimiento analizados por sobre las partículas, dieron lugar a valores para los números de Reynolds, menores a 0,0005.

La función de corrección propuesta por Richardson & Zaki (1954), señaló que el valor del exponente “n” de la función de corrección se vuelve constante, en un valor de 4,65, para regímenes de escurrimiento laminares, o sea cuyos números de Reynolds sean menores a 0,25. Sin embargo, sus publicaciones no hacen referencias a que hubiesen estudiado el caso de partículas submicrométricas de ordenes de tamaño 800 veces menor al tamaño que marca el límite del régimen laminar, por lo que dable que la tecnología existente en esa fecha no pudiese medir valores más pequeños de tamaño y de número de Reynolds. Cabe indicar que con fecha posterior a la publicación inicial de Richardson & Zaki, distintos autores, los que se indicaran en los siguientes puntos, han propuesto valores de este exponente mayores a la inicial, para regímenes laminares y tamaños de partículas menores. Estas publicaciones respaldarían los resultados obtenidos y presentados en esta memoria.

### **4.2 ANÁLISIS DE LOS SISTEMAS DE PARTÍCULAS**

En primer lugar, los sistemas de partículas son calibres industriales, las cuales se usan para calibrar equipos. Estas partículas fueron elaboradas por la empresa Geltech Inc., la que se hace responsable de la caracterización del tamaño de estos sistemas de partículas, sean en forma acumulativa e incremental, las partículas empleadas en este caso se denominan Geltech 200, 1000 y 1500, correspondiendo el número al tamaño nominal de las partículas expresados en

## Capítulo 4: Análisis y discusión de Resultados

nanómetros. El tamaño y sus distribuciones se midieron mediante dos equipos normalizados, un espectrómetro laser, el cual mide la sombra proyectada, a través de la suspensión con las partículas y un microscopio electrónico de barrido, que mide a través del número de píxeles, que conforman la imagen de una partícula, siguiendo una sola dirección para el conjunto de partículas fotografiadas con el instrumento. Las distribuciones de tamaño obtenidas a partir de las mediciones arrojaron valores de tamaño concordantes a los diámetros nominales de las partículas. Como información adicional, el laboratorio donde se realizaron las mediciones es el que emplea el funcionario de las normas DIN (Deutsches Institut für Normung), que actúa como Ombudsman de su aplicación. Lo que asegura que las mediciones realizadas se ejecutaron de buena manera siguiendo las normas, por lo que se infiere que sus resultados son correctos.

Teóricamente, un sistema de partículas no debiese presentar una distribución de tamaño en un rango de valores. Sin embargo, esto es imposible, ya que durante su construcción existen numerosas razones físicas para que dos partículas, o dos objetos en general, sean idénticos en tamaño, partiendo por el desgaste de las herramientas y las irregularidades de los materiales de los cuales se elaboran las partículas. Por otro lado, la medición de tamaño por diversas situaciones asociadas a su principio de medición da lugar a errores asociados a los equipos de medición en general, los cuales al medir tamaños micrométricos aumentan, considerablemente, la magnitud del error a medida que el tamaño disminuye. De esta situación no escapan los sistemas ópticos de medición por la existencia en primera instancia de aberraciones ópticas, aparte de los principios de selección de las muestras a medir y los mecanismos de segregación de las partículas.

De tal modo, que al analizar el gráfico 3.1, correspondiente a las distribuciones de tamaño de Geltech 200, se observa en la distribución acumulativa de volumen ( $Q_3$ ), que, aproximadamente, el 50% de las partículas se encuentran comprendidas en un rango de tamaño entre 0,18 a 0,44  $\mu\text{m}$ , el resto de las partículas presentan mayores tamaños, en bajos porcentajes para ciertos rangos, a medida que el diámetro de partícula aumenta. Así, en el caso de la distribución incremental de volumen ( $q_3$ ), se tiene una concentración central de tamaños entre los 0,24 a 0,28  $\mu\text{m}$ . Este sistema presenta una dispersión en torno a un valor central que se denominará valor representativo de la medida, el que corresponde a la media estadística obtenida al ajustar una

## Capítulo 4: Análisis y discusión de Resultados

distribución de Gauss a los tamaños de partículas medidos, donde las desviaciones estándar van presentando el grado de dispersión de valores en torno a este valor central. Cabe mencionar que en todos los casos se ajustaron los valores mediante una distribución Gaussiana. Por otro lado, es importante indicar que este valor central es consistente, más no igual que el valor nominal del sistema de partículas. Esto es lógico, ya que este valor nominal se emplea para identificar al sistema de partículas, pero no representa con precisión el valor del promedio de los tamaños de partículas que lo componen.

Entendiendo el análisis anterior, para Geltech 1000, se observa en el gráfico 3.2, que, en la distribución acumulativa de volumen ( $Q_3$ ), muestra que el 80% de las partículas están comprendidas en un rango de tamaño entre 0,86 a 1,2  $\mu\text{m}$ , y más del 90% entre 0,8 a 1,35  $\mu\text{m}$ . Junto con esto, se aprecia que la distribución incremental de volumen ( $q_3$ ) muestra que el valor central del sistema de partículas está comprendido entre 0,93 a 1,1  $\mu\text{m}$ . Por lo que se infiere que el diámetro representativo del sistema de partículas corresponde al señalado por el diámetro nominal de éstas, que es 1,0  $\mu\text{m}$ . Al evidenciar que la gran mayoría de las partículas se encuentran en rangos de tamaños cercanos al diámetro nominal y, en consecuencia, su desviación es baja, se afirma que el sistema de partículas esta correctamente representado.

Por último, para Geltech 1500, observando el gráfico 3.3, se evidencia en la distribución acumulativa de volumen ( $Q_3$ ), que, aproximadamente, el 83% del total de partículas están en un rango de tamaño entre 1,2 a 1,8  $\mu\text{m}$ , siendo un 40% de diámetro 1,5  $\mu\text{m}$ . En cuanto a la distribución incremental de volumen ( $q_3$ ), el valor central del sistema es de un tamaño de 1,35  $\mu\text{m}$ . Este sistema de partículas consta con la menor dispersión en cuanto al valor representativo del conjunto de partículas, ya que un alto porcentaje de los tamaños se encuentran cercano al diámetro nominal del sistema, siendo satisfactoriamente representado.

Finalmente, estas distribuciones de tamaño analizadas para cada sistema de partícula son causa de una conjunción entra los problemas técnicos de fabricación de las partículas y las aberraciones ópticas, que corresponden a los errores asociados al funcionamiento de los equipos de medición de tamaño.

### 4.3 ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO

A partir de las mediciones y cálculos realizados, se puede observar que la velocidad teórica o de Stokes (tabla 3.7) es mayor que la velocidad experimental (tablas 3.8, 3.9 y 3.10) para los tres distintos tamaños de partículas, esto es debido, netamente, a que la velocidad de Stokes considera una sola partícula sedimentando bajo un campo de fuerzas y no un conjunto de partículas, por lo tanto, omite por completo los factores asociados a la interacción entre las partículas que conforman el conjunto, con las paredes del contenedor y efectos térmicos presentes en el proceso de sedimentación.

Considerando solo las interacciones de carácter mecánico, hidrodinámico y eventualmente electroquímicas, es lógico que la velocidad de sedimentación de un colectivo de partículas sea menor que el de una partícula única que sedimenta en el mismo fluido y sujeta al mismo campo de fuerzas, lo que se representa a través de la velocidad de Stokes. Físicamente, la ecuación de continuidad aplicada al fluido que escurre por el exterior del sistema de partículas da lugar a una corriente que fluye en sentido opuesto a la del sumergimiento de las partículas, consiguientemente, frenándolas al tiempo que incrementan las fuerzas viscosas sobre las partículas, por lo que, resulta obvio, que a medida que hay una mayor cantidad relativa de partículas sumergiéndose simultáneamente, su velocidad se vea reducida directamente con el número de partículas presentes en el proceso. En principio, se pretendió por diversos autores aplicar la ecuación de continuidad como base de una función de corrección como se muestra en la ecuación 20. Sin embargo, no es aplicable en términos reales ya que el fluido no es ideal y las partículas no presentan un tamaño único y tampoco existe una distribución perfecta de las partículas en la suspensión.

Dada la complejidad de la problemática y la superposición de los distintos efectos mecánicos, hidráulicos y electroquímicos no ha sido posible establecer una función física de carácter analítico que incorpore estos fenómenos en una función de corrección de la velocidad terminal de sedimentación. Por lo que se plantean diversas relaciones empíricas y semiempíricas para esta función. Dentro de estas últimas destacan las planteadas a partir de modificaciones de la ecuación de continuidad, lo que se realiza empleando un exponente que se determina

empíricamente a esta ecuación. Entre las funciones de corrección semi empíricas de esta forma se encuentran Richardson & Zaki (1954), Stoinour (1944), entre otros. Donde todas dan cuenta de la reducción de la velocidad de sedimentación, lo que es un hecho ya detectado y discutido suficientemente en la literatura técnica.

### **4.4 VALIDEZ DEL COMPORTAMIENTO**

De acuerdo con los resultados obtenidos del procedimiento experimental, es posible construir gráficos de escala doble logarítmica donde se reemplazan los valores que ha adoptado el exponente de una función de corrección que siga la forma propuesta por Richardson & Zaki. A partir de estos gráficos es posible determinar la forma de las líneas de tendencia lineales que alcanzan para los datos de cada sistema de partículas del mismo tamaño nominal. Por la forma de la línea de tendencia y el tipo de grafico utilizado, las pendientes de las rectas obtenidas corresponden al exponente (n) de la función de corrección para estos sistemas de partículas cuya forma es análoga a la función de corrección de Richardson & Zaki. Cabe indicar que los exponentes alcanzados para los datos experimentales utilizados son del orden de 10; mientras que, el valor propuesto por Richardson & Zaki para sistemas de partículas que dan lugar a regímenes de escurrimiento laminares que es 4,65.

El hecho de que se obtuvieran valores mayores para el exponente “n” de la función de corrección de la forma propuesta por Richardson & Zaki, que solo alcanza a 4,65, ha sido reportado por otros autores en los últimos años. Así, Frömer (1998), plantea un valor de este exponente de 5, mientras que Batchelor (1982), propone un valor de 6,55 para suspensiones altamente diluidas, que son las que se emplean para mediciones donde se utilizan equipos basados en métodos ópticos, como es el caso estudiado en esta memoria. Por lo tanto, independiente de cualquier situación o circunstancia que se pudo haber dado en el procedimiento experimental empleado o en el procesamiento de los datos, no cabría duda de que los valores obtenidos, representan un comportamiento esperado y que tiene respaldo de la literatura técnica más reciente. Esto sumado a la consistencia del trabajo y que tienen los valores obtenidos entre sí, así como su reproducibilidad, permite afirmar que las mediciones realizadas corresponden a un fenómeno real y que es representado adecuadamente por los valores obtenidos.

El hecho que los exponentes determinados para los valores experimentales sean mayores al propuesto por Richardson & Zaki, tiene su origen en distintos factores. En primer lugar, el estudio realizado en la presente memoria de título es con partículas de orden de tamaño micrométrico, las que son cientos de veces menores a las que marca el límite de tamaño de las analizadas por Richardson & Zaki. Esto da lugar a que, con igual concentración de partículas, a medida que el tamaño de éstas disminuye, conlleva a que existan una mayor cantidad en la suspensión. Por ende, las fuerzas de interacción entre ellas se incrementarán. A su vez, al utilizar tamaños menores de partículas (de orden micrométrico), da lugar a que cada partícula posea una menor masa y volumen, lo que conduce en la disminución de la magnitud de las fuerzas mecánicas generadas por el campo de fuerzas al cual están sometidas, en este caso un campo centrifugo. En segundo término, cuando las partículas se mueven, muy lentamente, y considerando que éstas son esféricas, como es el caso estudiado, la capa límite de fluido que la rodea adopta una forma esférica sin desprendimiento, por lo que el conjunto partícula y capa laminar se comportarían como una partícula de mayor tamaño, menor densidad y mayor volumen. Esto genera que el volumen del agua desplazada aumente y el flujo de agua entre las partículas (partícula sólida más capa laminar) adquiera una velocidad mayor, incrementándose las fuerzas viscosas y de impulso sobre las partículas, frenándolas.

Toda esta fenomenología respalda físicamente el incremento del valor del exponente de la función de corrección para los datos analizados respecto de la propuesta por Richardson & Zaki.

### **4.5 ANALISIS DE LOS EXPONENTES OBTENIDOS A PARTIR DE LA TEORIA DE ERRORES**

La aplicación de la teoría de errores a los valores obtenidos para el exponente de la función de corrección de velocidad de sedimentación se realiza aplicándolo al procedimiento experimental y a los valores obtenidos a partir de éste. De modo, que se procede a aplicarlo al comparar los valores de la velocidad efectiva mediante la aplicación de la función de corrección de Richardson & Zaki con su exponente original y los determinados para las mediciones realizadas. De manera de determinar el error relativo y absoluto que existiría entre las velocidades obtenidas a partir de la velocidad de Stokes afectada por la función de corrección de Richardson & Zaki y

## Capítulo 4: Análisis y discusión de Resultados

las velocidades obtenidas aplicando los nuevos exponentes de acuerdo con el tamaño de sistema de partículas. Los resultados de la determinación de los errores relativos y absolutos en la forma de promedios para cada sistema de partículas se muestran en la tabla 4.2, los que se determinaron a partir de los errores individuales de cada dato experimental.

*Tabla 4.2: Promedio de errores relativos y absolutos para la velocidad efectiva dependiendo del exponente n. Fuente: Elaboración propia.*

Sistema de partículas	Velocidad efectiva con $n=4,65$		Velocidad efectiva con nuevo exponente		
	Promedio error relativo (%)	Promedio error absoluto ( $\mu\text{m/s}$ )	Promedio error relativo (%)	Promedio error absoluto ( $\mu\text{m/s}$ )	Nuevo exponente
Geltech 200	34,81%	3,951	8,84%	1,157	10,107
Geltech 1000	18,37%	9,423	2,97%	1,644	10,038
Geltech 1500	11,48%	8,814	1,77%	1,250	10,235

Es posible observar en la tabla 4.2, que los errores absolutos y relativos promedios se redujeron, considerablemente, al emplearse los nuevos exponentes. Los que permitieron corregir los valores de la velocidad teórica, a ordenes, notoriamente, más cercanos a los que presentan las velocidades medidas experimentalmente. Alcanzando en promedio la diferencia entre la velocidad corregida con los nuevos exponentes y la velocidad real (error absoluto), un orden de magnitud en promedio de 1 a 1,6 ( $\mu\text{m/s}$ ), para los distintos sistemas de partículas estudiados.

En cuanto al error relativo porcentual, se observa que para los tres sistemas de partículas se hace evidente la reducción de este error con los nuevos exponentes determinados. Para Geltech 1500 se alcanza un 1,77% de error con el exponente obtenido, mientras que para Geltech 1000 está cercano del 3% y para Geltech 200 se alcanza un error de 8,84%.

Cabe destacar, que se observa una tendencia del error relativo porcentual en aumentar a medida que el tamaño de las partículas disminuye, para todos los exponentes empleados. Esto se debe, a que a medida que el tamaño de partícula es menor, existe una mayor influencia de las aberraciones ópticas lo que impide una mayor precisión al momento de determinar la posición de la partícula, lo que conduce a un incremento de los errores de medición asociados al principio de funcionamiento del equipo. Esto se aprecia, claramente, en el caso de las partículas más

## Capítulo 4: Análisis y discusión de Resultados

pequeñas, ya que la relación de la magnitud entre dichos valores es mucho mayor que en comparación a una partícula más grande, es por esto, que se evidencia un error porcentual mayor a medida que el tamaño decrece, aunque el error absoluto sea menor.

Para representar en un diagrama convencional los valores experimentales analizados con los generados al emplearse las funciones de corrección con distintos exponentes se procedió a graficarlos conjuntamente, tanto los valores de las mediciones analizadas con las funciones de corrección considerando el exponente original de Richardson & Zaki ( $n=4,65$ ), y el nuevo exponente propuesto con un valor medio de 10. Esto se presenta en el gráfico 4.1.

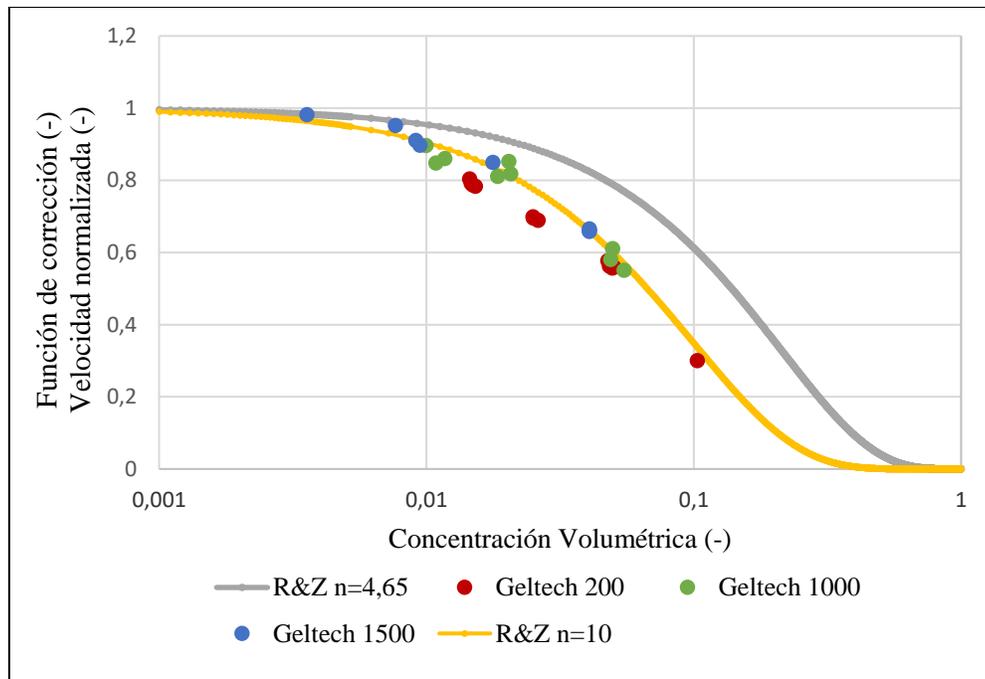


Gráfico 4.1: función de corrección de Richardson & Zaki para distintos valores de "n" en contraste con las mediciones de los sistemas de partículas. Fuente: Elaboración propia.

Como se muestra en el gráfico 4.1 mediante un exponente de  $n=10$  se logra un mejor ajuste y corrección de la velocidad de sedimentación mediante la función de corrección de Richardson & Zaki para los tres distintos tamaños de partículas de orden micrométrico, solo en el caso de Geltech 200 se puede observar que la función de corrección se aleja de los valores analizados, esto ocurre por las razones ya expuestas, que se hacen particularmente notorias en el caso de

## Capítulo 4: Análisis y discusión de Resultados

partículas submicrométricas lo que indicaría que su exponente en particular debería ser mayor a 10, lo que en la práctica ocurre.

De todo lo anterior, se puede señalar que la metodología empleada para la determinación de los exponentes, así como, los valores alcanzados por éstos son adecuados y satisfactorios. Ya que, su aplicación en la función de corrección permite representar de mejor manera la velocidad de sedimentación que el exponente empleado por Richardson & Zaki, para los casos analizados. Por lo tanto, utilizar un exponente del orden de 10 representa de mejor forma los fenómenos que ocurren en el caso de partículas de orden de tamaño micrométrico y submicrométrico.

## **CONCLUSIONES**

## CONCLUSIONES

Como primera conclusión, se puede indicar que se revisó, satisfactoriamente, el estado del arte en la temática estudiada. Esto permitió la elaboración de un capítulo, el que contiene los principales aspectos teóricos relacionados a la descripción del comportamiento de las partículas en el proceso de sedimentación, los fenómenos que influyen en este proceso y en su velocidad de sedimentación, junto con los factores de corrección para esta velocidad. Esta revisión permitió adquirir y ordenar los conocimientos necesarios, para comprender y abordar, adecuadamente, el tema estudiado. Además, se incorporaron temáticas correspondientes a equipos de medición de tamaño de partículas y errores experimentales, los cuales permitieron comprender las características del procedimiento experimental y realizar un adecuado análisis de los datos que se generaron a partir de este procedimiento.

Una segunda conclusión que fue posible extraer, es que, se cumplió con una descripción detallada de la etapa experimental, a partir de la cual, se extrajeron los datos que son analizados en esta memoria de título. Para esto, se señalan los distintos equipos empleados para llevar a cabo esta fase experimental. Así como, las características y las distribuciones de tamaño de los tres sistemas de partículas utilizados. A lo que se agrega, la descripción de la metodología utilizada en la preparación, control y medición de la velocidad de sedimentación de las suspensiones empleadas. Pudiéndose inferir, que los sistemas de partículas presentan una distribución Gaussiana, por lo que los diámetros representativos de cada sistema son del orden de su valor nominal, el que se emplea para identificarlos. En este caso, los valores de diámetros medios fueron 0,25, 1,2, y 1,56  $\mu\text{m}$ , para Geltech 200, 1000 y 1500 respectivamente. Cabe mencionar, que las desviaciones estándar de tamaño aumentan a medida que el diámetro medio de las partículas disminuye. Esto es lógico, teniendo en consideración que los problemas asociados a la fabricación de partículas muy pequeñas y los errores que presentan los equipos de medición se acentúan a medida que el tamaño de las partículas decrece. Por último, se hizo patente en las mediciones que se realizaron empleando la centrifuga analítica Shimadzu SA-CP3, que los valores de velocidad de sedimentación se reducen en comparación con los valores predichos al emplearse la ecuación de Stokes. Lo que permite, colegir la influencia que presentan la concentración volumétrica de partículas, las interacciones entre ellas y los efectos hidrodinámicos que se presentan durante la sedimentación.

## Conclusiones

Una tercera conclusión, sería que, los valores del exponente de la función de corrección propuesta por Richardson & Zaki, para el caso de partículas de tamaño de orden micrométrico no son satisfactorios. Ya que, el valor propuesto de 4,65 es bajo comparado con los valores obtenidos que son del orden de 10. Cabe considerar, que hay diferentes autores que han reportado esta situación. Por lo que se puede asumir que en el momento que Richardson & Zaki propusieron este valor no consideraron o no dispusieron del equipamiento para analizar el caso de partículas micrométricas. Cabe destacar, que los valores que dieron lugar a estos exponentes presentan un adecuado comportamiento estadístico, con valores de ajuste de línea de tendencia que presentaron coeficientes de correlación de Pearson del orden de 1.

Una cuarta conclusión, surge del análisis y discusión de los resultados experimentales. De donde se infiere, que el procedimiento experimental es adecuado y los resultados consistentes entre sí y con la literatura técnica; a su vez, con la fenomenología del proceso de sedimentación. En la cual, para el caso de partículas de orden micrométrico velocidad de sedimentación se ve reducida, considerablemente, por el incremento de las interacciones entre las partículas, las que, paralelamente, se incrementan en número para la misma concentración volumétrica a medida que su tamaño disminuye, lo que redundará en una reducción de la velocidad, dado que, los efectos inerciales son menores a medida que la masa de las partículas disminuye. Respecto a los valores obtenidos para el exponente que se aplica a la ecuación de continuidad en la función de corrección, este aumentó respecto del propuesto por Richardson & Zaki. Esto se debería a que el tamaño de las partículas utilizadas son cientos de veces menores a las que empleó en su estudio Richardson & Zaki. A su vez, dado el incremento significativo del número de partículas presentes en la suspensión, para una misma concentración volumétrica de partículas de mayor tamaño, incrementa importantemente, la magnitud de las fuerzas de interacción, de todo tipo, entre ellas. A esto se agrega el hecho que las partículas de orden micrométrico tendrían menor una menor masa y volumen, lo que reduce la magnitud de las fuerzas mecánicas generadas por el campo de fuerzas que actúan sobre ellas, en este caso centrífugo. A esto se sumarian, los efectos hidrodinámicos asociados a la capa límite de fluido que rodea la partícula, la que no presenta desprendimiento. Esto permite que ésta se comporte como una partícula de mayor tamaño, por ende, tenga un mayor volumen, pero menor densidad. Esto da lugar a un aumento en el volumen de fluido desplazado y con ello, de la fuerza de empuje y de la fuerza de roce viscoso, durante el proceso de sedimentación. Dado que estas fuerzas actúan en contra al sentido

## Conclusiones

de movimiento de la partícula, la que es impulsada por el efecto del campo de fuerzas sobre su masa, la que se ve reducida, al considerar la capa límite, lo que redundaría en una reducción de su velocidad desde una perspectiva, eminentemente, mecánica. Este efecto se traduce en que el valor del exponente de la función de corrección propuesta por Richardson & Zaki, se vea incrementado en el caso de partículas micrométricas.

Como conclusión general, se puede afirmar que el trabajo fue desarrollado, satisfactoriamente, donde no existirían elementos que pudieran insinuar errores en la adquisición de datos y su análisis. De estos, se desprende que para el caso de sedimentar partículas de orden de tamaño micrométrico en suspensiones acuosas el valor del exponente de la función de corrección de velocidad de sedimentación propuesta por Richardson & Zaki, debe ser modificado a un valor del orden de 10. Con este valor de exponente, se representa, adecuadamente, el valor de la velocidad efectiva de sedimentación para un colectivo de partículas de tamaño micrométrico respecto del valor de la velocidad de Stokes para una partícula única del mismo tamaño. Esto permite predecir esta velocidad real o efectiva y con ello diseñar distintos equipos y obras civiles destinadas a la separación de fase (líquida-sólida), que se aplican tanto en la industria de procesos, como en la descontaminación y la minería. La relevancia de este nuevo exponente se puede apreciar en el hecho, que al emplearlo se generan diferencias significativas de velocidades de sedimentación entre la que se obtendría utilizando Richardson & Zaki con su exponente convencional, respecto a la que se obtiene utilizando el nuevo exponente. Ya que, en el primer caso, se obtiene una velocidad de sedimentación mayor, lo que conduciría a sobredimensionamientos considerables en el diseño que se desarrolle y por ende en sus costos.

Finalmente, este trabajo fue desarrollado en condiciones de estabilidad electroquímica de los sistemas de partículas. Esto significa, que considera que las magnitudes de las fuerzas iónicas que actúan en la suspensión son constantes, lo que se traduce que la concentración del ion hidrógeno (pH), es alcalino, en este caso del orden de 9,2. Por lo que, el paso siguiente en esta línea de trabajo, consiste en analizar el comportamiento de este exponente, frente a variaciones de la fuerza iónica, la que se manifiesta a través de cambios del índice pH, a fin de determinar, la influencia que tendrían las fuerzas electroquímicas en este exponente, en el caso de partículas de orden de tamaño micrométrico que sedimentan en agua.

## REFERENCIAS

Allen, T. (2003). *Powder sampling and size sedimentation*. Wilmington, USA: Elsevier.

Batchelor G. K. (1982). *Sedimentation in a dilute dispersion of spheres*. Journal Fluid Mechanics 119. pp. 379-408.

Bernhardt, C. (1994). *Particle size analysis: classification and sedimentation methods*. Springer.

Bohnet, M. (2004). *Mechanische Verfahrenstechnik*. WILEY-VCH Verlag GmbH & Co.

Cengel, Y. & Cimbala, J. (2013). *Fluid Mechanics Fundamentals and Applications*. McGraw-Hill Education. 3rd Edition.

DIN, 1989. *DIN 66111: Sedimentationsanalyse Grundlagen, Auswerten Gleichungen zur Mengemessung im Fliehkraftfeld*.

Henk, G. (2009). *Particle Size Measurements*. Springer.

Holman, J. (2011). *Experimental Methods for Engineers*. Mc Graw-Hill Series in Mechanical Engineering.

Kirk, R; Othmer, D. (1960). *Encyclopedia of Chemical Technology*. Interscience Encyclopedia Inc. New York. Vol. XII.

Mejía, W. (2017). *Diseño y construcción de un sedimentador circular a escala piloto para espesamiento de lodos residuales en un proceso de fabricación de  $ZnSO_4$ , en la planta de fertilizantes de la empresa Representaciones químicas, S.A*. Memoria de título de Ingeniero Químico. Universidad de San Carlos de Guatemala.

## Referencias

- López, N. (2019). *Validación experimental de los modelos más comúnmente empleados en el diseño de equipos de sedimentación, a partir del factor de reducción de velocidad de sedimentación terminal, propuestos por la ecuación de continuidad, Brauer & Kriegel y Richardson & Zaki, para sistemas monomodales de micropartículas suspendidas en agua desionizada*. Memoria de título de Ingeniero Civil Mecánico. Universidad de Talca.
- Richardson, J. & Zaki, W. (1954). *Sedimentation and fluidization: part 1*. Trans. Int. Chem. Eng 3.32. Vol.2, pág. 35-53
- Salinas G., Ruiz-Tagle I., Babick F. (2007). *análisis de la función de corrección de la velocidad de sedimentación para micropartículas*. Ingerniare. Revista chilena de ingeniería, Vol. 15 N°3, 283-290.
- Salinas, G. (2007). *Sedimentationsverhalten von Submikrometerpartikeln in wässrigen Suspensionen*. Dissertationsschrift (Tesis de doctorado). Universidad Técnica de Dresde.
- Salinas, G. & Espinoza, F. (2012). *Evaluación experimental del comportamiento de la velocidad de sedimentación de partículas*. Revista Ingenierías Universidad de Medellín, Vol. 11, No. 20 pág. 239 – 250.
- Sayago, J. (2001). *Estudio de la forma y el tamaño de las partículas sobre la velocidad de sedimentación gravitacional de suspensiones*. Tesis para optar al título de Ingeniero Químico. Universidad Central de Venezuela.
- Steinour, H. (1944). *Rate of sedimentation; non-flocculated suspensions of uniform spheres*. Ind. Eng. Chem. Vol.36, pp. 618-624.
- Stieß, M. (2009). *Mechanische Verfahrenstechnik- Partikeltechnologie 1*. Springer-Lehrbuch. 3ª edición.

## Referencias

Stokes, G. (1850). *On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums*.  
Trans. Cambridge Phil.

Schubert, H. (1990). *Mechanischen Verfahrenstechnik*. H. Schubert, E. Heidenreich, F. Liepe,  
T. Neeße. Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie.

## **ANEXOS**

## ANEXO 1: DATOS TÉCNICOS DE LOS EQUIPOS DE LABORATORIO

### 1.1 Homogeneizador ULTRA TURRAX T50

<b>Potencia del consumo del motor</b>	1100 W
<b>Potencia del suministro del motor</b>	700 W
<b>Rango de volumen (H<sub>2</sub>O)</b>	0.25 - 30 l
<b>Max. viscosidad</b>	5000 mPa·s
<b>Rango de velocidad</b>	600 - 10000 rpm
<b>Desviación de velocidad</b>	0,01
<b>Control de velocidad</b>	progresión
<b>Indicador de velocidad</b>	LED
<b>Ruido sin el elemento</b>	72 dB(A)
<b>Diámetro del brazo de extensión</b>	16 mm
<b>Longitud del brazo de extensión</b>	220 mm
<b>Tipo de proceso</b>	lote
<b>Tiempo permitido encendido</b>	1
<b>Dimensiones (An x Al x Pr)</b>	115 x 355 x 139 mm
<b>Peso</b>	5.85 kg
<b>Temperatura ambiental permitida</b>	5 - 40 °C
<b>Condiciones ambientales admisibles</b>	80 % (hasta 31 °C), disminuyendo linealmente hasta máx. el 50 % (a 40 °C)
<b>Clase de protección de acuerdo con DIN EN 60529</b>	IP 20
<b>Voltaje</b>	220 - 240 / 100 - 120 V
<b>Frecuencia</b>	50/60 Hz
<b>Consumo de energía</b>	1100 W

### 1.2 Homogeneizador ultrasónico VCX 500

<b>Modelo</b>	VCX 500
<b>Pantalla de encendido</b>	Digital (Watts y Joules)
<b>Frecuencia (kHz)</b>	20
<b>Potencia de salida máxima (W)</b>	500
<b>Volumen de la muestra</b>	10 ml a 250 ml con sonda estándar
<b>Intervalo de tiempo</b>	1 - 59 (pulsador on/off independiente)

<b>Temporizador</b>	1 seg - 10 hrs
<b>Sonda</b>	Longitud: 136 mm
	Diámetro de la punta 13 mm
<b>Almacenamiento de métodos</b>	Hasta 10 procedimientos
<b>Rango de control de temperatura (°C)</b>	1 - 100
<b>Dimensiones</b>	Ø 63,5×183 (convertidor)
	190×340×235 (fuente de alimentación)
<b>Peso (kg)</b>	0,9 (convertidor)
	6,8 (fuente de alimentación)

### 1.3 Balanza SARTORIUS AC 210S

<b>Capacidad de resolución</b>	210 g x 0.1 mg
<b>Linealidad</b>	0.2 mg
<b>Rango capacidad</b>	Simple (fijo)
<b>Peso de calibración</b>	150 g
<b>Características de peso calibración interna</b>	
<b>Peso de prueba de esquina</b>	100 g
<b>Tolerancia de esquina</b>	0.3 mg
<b>Peso de precarga</b>	100 g
<b>Tolerancia de precarga</b>	10>51mV
<b>Clase de peso de calibración</b>	E2

### 1.4 Espectrómetro de difracción laser HELOS

<b>Principio de funcionamiento</b>	Difracción láser a 632,8 nm
<b>Rango de medición</b>	f a 20 mm: 180 -35000 nm
	f a 100 mm: 900 - 175000 nm
<b>Dispositivo de medición</b>	Detector de elementos múltiples con 31 elementos semicirculares
<b>Evaluación</b>	Fraunhofer o MIE
<b>Salida</b>	Distribución acumulativa Qi (forma integral)
	Distribución de densidad qi (forma diferencial)

**1.5 Microscopio electrónico ZEISS GEMINI**

<b>Resolución máxima</b>	0.8 nm a 15 Kv, de 1,4 nm a 1kv y 2,4 nm a 0,2 Kv.
<b>Rango de potencial de aceleración</b>	entre 0.02 V y 30 kV.
<b>Corriente del haz</b>	entre 10 pA a 300nA.
<b>Detectores de electrones</b>	Detector de electrones secundarios SE-Everhart-Thornley.
	Detector de electrones secundarios de alta resolución, SE in lens
	Detector de electrones retro dispersados AsB
	Detector de electrones retro dispersados de alta resolución EsB in lens
	Detector de catodoluminiscencia, CL.
<b>Software</b>	SmartSEM
<b>Detectores del sistema de análisis químico</b>	Detector de rayos X EDX, Oxford Inca Energy 350X-MAX 50, con resolución lineal de 127eV en Mn K $\alpha$ de 1 a 100.000cps
	Espectrómetro WDX, Oxford Inca Wave 500, con círculo de Rowland de 210 mm y rango 2 $\theta$ de 33° a 135°

## ANEXO 2: DISTRIBUCIONES DE TAMAÑOS

### 2.1 Tabla de distribuciones de tamaño para Geltech 200

Diámetro	Diámetro medio	Distribución acumulativa (cantidad partículas)	Distribución incremental (cantidad partículas)	Distribución acumulativa volumétrica	Distribución incremental volumétrica
$X_0$ ( $\mu\text{m}$ )	$X_m$ ( $\mu\text{m}$ )	$Q_0$	$q_0$ ( $1/\mu\text{m}$ )	$Q_3$	$q_3$ ( $1/\mu\text{m}$ )
0,18	0,14	0,66110924	8,26386555	0,1087	1,35869
0,22	0,2	0,78356407	3,06137066	0,1674	1,46685
0,26	0,24	0,85684361	1,8319886	0,228	1,51691
0,3	0,28	0,90314255	1,15747335	0,289	1,52319
0,36	0,33	0,94419492	0,68420617	0,3774	1,47308
0,44	0,4	0,97212275	0,34909795	0,4845	1,33882
0,52	0,48	0,98579476	0,17090009	0,5751	1,13252
0,62	0,57	0,9936529	0,07858139	0,6623	0,87223
0,74	0,68	0,99732048	0,03056313	0,7314	0,57609
0,86	0,8	0,99866015	0,01116396	0,7726	0,3429
1	0,93	0,99925977	0,00428301	0,8014	0,20629
1,2	1,1	0,99959581	0,00168018	0,8282	0,13388
1,5	1,35	0,99980541	0,00069866	0,8591	0,10297
1,8	1,65	0,99989754	0,00030712	0,884	0,08283
2,1	1,95	0,99993738	0,00013279	0,9017	0,05901
2,5	2,3	0,99996509	6,9268E-05	0,9219	0,05056
3	2,75	0,99998467	3,9161E-05	0,9463	0,04877
3,6	3,3	0,99999372	1,5093E-05	0,9658	0,0325
4,2	3,9	0,9999973	5,9551E-06	0,9785	0,02118
5	4,6	0,99999908	2,2289E-06	0,9889	0,01298
6	5,5	0,99999978	7,0216E-07	0,9959	0,00699
7,2	6,6	0,99999997	1,548E-07	0,999	0,00264
8,6	7,9	1	2,4178E-08	1	0,00069
10,2	9,4	1	0	1	0
12,2	11,2	1	0	1	0
14,6	13,4	1	0	1	0

### 2.2 Tabla de distribuciones de tamaño para Geltech 1000

Diámetro	Diámetro medio	Distribución acumulativa (cantidad partículas)	Distribución incremental (cantidad partículas)	Distribución acumulativa volumétrica	Distribución incremental volumétrica
$X_0$ ( $\mu\text{m}$ )	$X_m$ ( $\mu\text{m}$ )	$Q_0$	$q_0$ ( $1/\mu\text{m}$ )	$Q_3$	$q_3$ ( $1/\mu\text{m}$ )
0,18	0,14	0	0	0	0
0,22	0,2	0	0	0	0
0,26	0,24	0	0	0	0
0,3	0,28	0	0	0	0
0,36	0,33	0	0	0	0

0,44	0,4	0	0	0	0
0,52	0,48	0	0	0	0
0,62	0,57	0	0	0	0
0,74	0,68	0,02591313	0,21594277	0,0077	0,06426
0,86	0,8	0,28136227	2,12874283	0,1314	1,03042
1	0,93	0,64063875	2,56626058	0,4044	1,95048
1,2	1,1	0,89933816	1,29349702	0,7299	1,62725
1,5	1,35	0,98518319	0,28615011	0,9295	0,66535
1,8	1,65	0,99764439	0,04153732	0,9824	0,1763
2,1	1,95	0,99975648	0,00704032	0,9972	0,04948
2,5	2,3	1	0,00060879	1	0,00695
3	2,75	1	0	1	0
3,6	3,3	1	0	1	0

### 2.3 Tabla de distribuciones de tamaño para Geltech 1500

Diámetro	Diámetro medio	Distribución acumulativa (cantidad partículas)	Distribución incremental (cantidad partículas)	Distribución acumulativa volumétrica	Distribución incremental volumétrica
$X_0$ ( $\mu\text{m}$ )	$X_m$ ( $\mu\text{m}$ )	$Q_0$	$q_0$ (1/ $\mu\text{m}$ )	$Q_3$	$q_3$ (1/ $\mu\text{m}$ )
0,18	0,14	0	0	0	0
0,22	0,2	0	0	0	0
0,26	0,24	0	0	0	0
0,3	0,28	0	0	0	0
0,36	0,33	0	0	0	0
0,44	0,4	0	0	0	0
0,52	0,48	0	0	0	0
0,62	0,57	0	0	0	0
0,74	0,68	0	0	0	0
0,86	0,8	0	0	0	0
1	0,93	0,03189925	0,22785177	0,0105	0,0749
1,2	1,1	0,46169622	2,14898486	0,2446	1,17055
1,5	1,35	0,85848143	1,32261735	0,6441	1,33181
1,8	1,65	0,96260045	0,34706342	0,8355	0,63797
2,1	1,95	0,98959152	0,08997022	0,9174	0,27289
2,5	2,3	0,99700262	0,01852776	0,9543	0,09233
3	2,75	0,99905889	0,00411254	0,9718	0,03491
3,6	3,3	0,99967088	0,00101997	0,9808	0,01501
4,2	3,9	0,99986861	0,00032956	0,9856	0,00801
5	4,6	0,99994393	9,4145E-05	0,9886	0,00372
6	5,5	0,99997037	2,6438E-05	0,9904	0,00182
7,2	6,6	1	0	1	0
8,6	7,9	1	0	1	0

## ANEXO 3: DEMOSTRACIONES DE CÁLCULOS

### 3.1 Cálculo de la velocidad de Stokes

Para la demostración del cálculo de velocidad de Stokes, se tomarán los siguientes datos de Geltech 200 y se aplicara la ecuación 19.

Densidad de partícula ( $\rho_p$ )	: 2122 (kg/m <sup>3</sup> )
Densidad del fluido ( $\rho_f$ )	: 997,8 (kg/m <sup>3</sup> )
Diámetro partícula ( $D_p$ )	: 0,25 (µm)
Rpm	: 2000
Radio de giro	: 0,11256 m
Viscosidad dinámica del fluido ( $\mu$ )	: 0,00096 Pa s

$$v_{sc} = \frac{(2122 - 997,8) \cdot (0,25 \cdot 10^{-6})^2 \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot 2000}{60}\right)^2 \cdot 0,11256}{18 \cdot 0,00096}$$

$$v_{sc} = 20,076 \cdot 10^{-6} \frac{m}{s}$$

### 3.2 Cálculo de velocidad normalizada

La velocidad normalizada es simplemente la velocidad experimental, la cual se tomará 16,136 µm/s que se registró a una concentración de 0,014 en Geltech 200, dividida por la velocidad de Stokes calculada anteriormente.

Aplicando la ecuación 32 se tiene:

$$v_n = \frac{16,136}{20,076}$$

$$v_n = 0,804 (-)$$

### 3.3 Cálculo factor de corrección

Aplicando la ecuación 21, para la concentración antes señalada de 0,014 y un exponente de 4,65, el cual es el propuesto por Richardson & Zaki para números de Reynolds menores a 0,25, se obtiene el valor que adopta la función de corrección.

$$f(C) = (1 - 0,014)^{4,65}$$

$$f(C) = 0,9365 (-)$$

### 3.4 Cálculo de velocidad efectiva

Siguiendo en la misma línea, se utilizará el factor de corrección recién calculado y la velocidad de Stokes para Geltech 200, la cual fue de 20,076 ( $\mu\text{m/s}$ ) para determinar la velocidad efectiva, mediante la ecuación 22.

$$v_{stc} = 20,076 \cdot 0,9365$$

$$v_{stc} = 18,801 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$$

### 3.5 Cálculo de errores absolutos y relativos

En cuanto al error absoluto, este es simplemente la diferencia entre la velocidad efectiva y la medida experimentalmente, teniendo en consideración que tanto para la corrección de la velocidad como la medida sean con la misma concentración volumétrica. Tomando los valores de los ejemplos anteriores, el error absoluto sería:

$$Error_{abs} = 18,801 - 16,136$$

$$Error_{abs} = 2,665 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$$

El error relativo porcentual, es el error absoluto dividido en el resultado real que se debiese tener, multiplicado por 100.

$$Error_{rel\%} = \frac{18,801 - 16,136}{16,136} \cdot 100$$

$$Error_{rel\%} = 16,5 \%$$

### 3.6 Cálculo del número de Reynolds

Para calcular los números de Reynolds, se tomaron las velocidades experimentales mayor y menor para cada tamaño de sistemas de partículas, a fin de obtener el rango de este número para los resultados obtenidos del exponente. Para efectos de demostración del cálculo, se tomarán los datos necesarios del anexo 3.1, aplicados a la ecuación 8, para una velocidad de 16,136 ( $\mu\text{m/s}$ ).

$$Re = \frac{997,8 \cdot (16,136 \cdot 10^{-6})(0,25 \cdot 10^{-6})}{0,00096}$$

$$Re = 0,0000042$$

## ANEXO 4: VALORES PARA GRÁFICOS DE LA FUNCIÓN DE RICHARDSON & ZAKI

A continuación, se presentan los valores utilizados para construir los gráficos (2.1, 3.7 y 4.1) que poseen la función de Richardson & Zaki, para los exponentes 4,65 y 10, aplicando la ecuación 22.

Concentración	Factor de corrección de Richardson & Zaki		Concentración	Factor de corrección de Richardson & Zaki	
	n=4,65	n=10		n=4,65	n=10
0	1,000	1,000	0,38	0,108	0,008
0,01	0,954	0,904	0,39	0,100	0,007
0,02	0,910	0,817	0,4	0,093	0,006
0,03	0,868	0,737	0,41	0,086	0,005
0,04	0,827	0,665	0,42	0,079	0,004
0,05	0,788	0,599	0,43	0,073	0,004
0,06	0,750	0,539	0,44	0,067	0,003
0,07	0,714	0,484	0,45	0,062	0,003
0,08	0,679	0,434	0,46	0,057	0,002
0,09	0,645	0,389	0,47	0,052	0,002
0,1	0,613	0,349	0,48	0,048	0,001
0,11	0,582	0,312	0,49	0,044	0,001
0,12	0,552	0,279	0,5	0,040	0,001
0,13	0,523	0,248	0,51	0,036	0,001
0,14	0,496	0,221	0,52	0,033	0,001
0,15	0,470	0,197	0,53	0,030	0,001
0,16	0,445	0,175	0,54	0,027	0,000
0,17	0,420	0,155	0,55	0,024	0,000
0,18	0,397	0,137	0,56	0,022	0,000
0,19	0,375	0,122	0,57	0,020	0,000
0,2	0,354	0,107	0,58	0,018	0,000
0,21	0,334	0,095	0,59	0,016	0,000
0,22	0,315	0,083	0,6	0,014	0,000
0,23	0,297	0,073	0,61	0,013	0,000
0,24	0,279	0,064	0,62	0,011	0,000
0,25	0,262	0,056	0,63	0,010	0,000
0,26	0,247	0,049	0,64	0,009	0,000
0,27	0,231	0,043	0,65	0,008	0,000
0,28	0,217	0,037	0,66	0,007	0,000
0,29	0,203	0,033	0,67	0,006	0,000
0,3	0,190	0,028	0,68	0,005	0,000
0,31	0,178	0,024	0,69	0,004	0,000
0,32	0,166	0,021	0,7	0,004	0,000
0,33	0,155	0,018	0,71	0,003	0,000
<b>0,34</b>	0,145	0,016	0,72	0,003	0,000
<b>0,35</b>	0,135	0,013	0,73	0,002	0,000
<b>0,36</b>	0,126	0,012	0,74	0,002	0,000

0,37	0,117	0,010	0,75	0,002	0,000
------	-------	-------	------	-------	-------

## ANEXO 5: VALORES PARA GRÁFICOS DOBLE LOGARÍTMICOS

A continuación, se muestran los valores para linealizar la curva obtenida mediante la velocidad normalizada de cada sistema de partícula y así poder aplicar línea de tendencia mediante el método de mínimos cuadrados. Estos valores se determinaron al aplicar logaritmo natural a la velocidad normalizada y a la porosidad del sistema, es decir la concentración volumétrica del fluido (1-C).

Geltech 200		Geltech 1000		Geltech 1500	
ln (1-C)	ln (vn)	ln (1-C)	ln (vn)	ln (1-C)	ln (vn)
-0,01463	-0,12375	-0,01001	-0,10944	-0,00358	-0,01898
-0,01483	-0,21850	-0,01092	-0,16554	-0,00768	-0,04923
-0,01502	-0,23425	-0,01180	-0,15088	-0,00917	-0,09452
-0,01538	-0,24040	-0,01863	-0,20958	-0,00951	-0,10870
-0,02535	-0,24435	-0,02054	-0,16017	-0,01790	-0,16370
-0,02545	-0,35925	-0,02086	-0,20160	-0,04151	-0,41552
-0,02653	-0,36388	-0,05008	-0,54473	-0,04151	-0,41855
-0,04885	-0,37277	-0,05097	-0,49430	-0,04151	-0,40797
-0,04952	-0,54962	-0,05640	-0,59784	-	-
-0,05080	-0,57689	-	-	-	-
-0,05151	-0,58653	-	-	-	-
-0,10870	-0,58157	-	-	-	-
-0,10870	-1,20397	-	-	-	-