



FACULTAD DE INGENIERÍA

ESCUELA DE INGENIERÍA EN CONSTRUCCIÓN

**ANÁLISIS DE CRECIMIENTO DE GRIETAS MEDIANTE  
METODOLOGÍA NO INTRUSIVA Y MODELOS  
SIMPLIFICADOS**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
INGENIERO CONSTRUCTOR

PROFESOR GUÍA: IGNACIO FUENZALIDA  
HENRÍQUEZ

MATÍAS ORLANDO JAQUE ZURITA

CURICÓ – CHILE

2022

## CONSTANCIA

La Dirección del Sistema de Bibliotecas a través de su encargado Biblioteca Campus Curicó certifica que el autor del siguiente trabajo de titulación ha firmado su autorización para la reproducción en forma total o parcial e ilimitada del mismo.



UNIVERSIDAD DE TALCA  
DIRECCIÓN  
SISTEMA DE BIBLIOTECAS

UNIVERSIDAD DE TALCA  
SISTEMA DE BIBLIOTECAS  
CAMPUS CURICO

Curicó, 2022

## AGRADECIMIENTOS

*“Primeramente, quiero agradecer a todos los que estuvieron a mi lado a lo largo de mis estudios. Comenzando por mi familia, quien me entregó los valores y enseñanzas necesarias para cumplir con cada meta que me he propuesto, creyendo y confiando en mí en cada paso que he dado.*

*Agradecer también a mis amigos, quienes me ayudaron y apoyaron durante el proceso e hicieron que la etapa universitaria fuera una de las mejores.*

*Finalmente, quiero agradecer a los profesores que fueron parte de mi formación, quienes me entregaron conocimientos para poder desarrollarme académicamente. También, hacer una mención especial a mi profesor guía Ignacio Fuenzalida quién me ayudo entregando su conocimiento y orientación a lo largo mis estudios, permitiendo determinar en qué área quiero desarrollarme profesionalmente”.*

*Matías Jaque Zurita*

## RESUMEN

La simulación computacional es una herramienta de alta confianza que se utiliza para resolver problemas de análisis de estructuras, al punto que es necesario reducir el tiempo de análisis ayudando a la toma de decisiones cuando sufren daño. Una técnica que está siendo utilizada para mejorar la eficiencia es el análisis iterativo global-local no intrusivo, esta discretiza el problema real en un modelo global y un modelo local que representa un problema lineal y no lineal o complejo, respectivamente. Los problemas se solucionan de forma independiente; resolviendo primero el modelo global obteniendo condiciones de contorno apropiadas en las zonas de interfaz (zona de acoplamiento entre los modelos); en segundo lugar se aplican las condiciones obtenidas antes al modelo local y se soluciona calculando una fuerza residual que es aplicada al modelo global; luego se vuelve a resolver el problema global generando un proceso iterativo que se detiene hasta que el error entre ambos modelos es menor a una tolerancia.

El análisis global-local no intrusivo ha sido aplicado en distintos modelos (2D y 3D). En el presente trabajo, se realizó la implementación acoplando modelos simplificados (1D) con modelos complejos (3D), utilizando una comunicación primal dual en un pórtico estructural que posee una grieta en la viga. Además, se analizaron distintos casos de estudio para ver cómo influye las dimensiones del modelo local y la ubicación de la grieta en la convergencia del problema, obteniendo en general un mejor comportamiento cuando sus dimensiones son mayores y la longitud de la grieta es menor.

## ÍNDICE DE CONTENIDOS

Contenido	Página
<b>CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS.....</b>	<b>12</b>
<b>1.1    Introducción.....</b>	<b>12</b>
<b>1.2    Objetivos .....</b>	<b>13</b>
1.2.1    Objetivo general .....	13
1.2.2    Objetivos específicos .....	13
<b>CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO .....</b>	<b>14</b>
<b>2.1    Estructuras sometidas a vibraciones.....</b>	<b>14</b>
<b>2.2    Caso de estudio: Acero .....</b>	<b>15</b>
2.2.1    Historia del acero.....	15
2.2.2    Propiedades del acero .....	17
2.2.3    Tipos de acero estructural .....	19
2.2.4    Usos del acero .....	20
<b>2.3    Mecánica de fractura .....</b>	<b>21</b>
2.3.1    Fractura dúctil.....	21
2.3.2    Fractura frágil .....	23
<b>2.4    El fenómeno de fatiga.....</b>	<b>24</b>
2.4.1    Generación de fatiga .....	25
2.4.2    Ejemplos de fallas por fatiga .....	29
<b>2.5    Métodos numéricos para el análisis de grietas producidas por fatiga .....</b>	<b>31</b>
2.5.1    Conceptos básicos de cálculo matricial.....	32
2.5.2    Método de elementos finitos .....	36

2.5.3	Método de elementos finitos extendido .....	41
2.5.4	Software de análisis de elementos finitos: Salomé-Meca .....	44
<b>CAPÍTULO III: DESARROLLO DEL TRABAJO .....</b>		<b>46</b>
<b>3.1</b>	<b>Metodología.....</b>	<b>46</b>
<b>3.2</b>	<b>Casos de estudios .....</b>	<b>50</b>
<b>3.3</b>	<b>Análisis no intrusivo con modelos simplificados .....</b>	<b>53</b>
3.3.1	Geometría y mallado modelo global.....	53
3.3.2	Geometría y mallado modelo local .....	57
3.3.3	Proyección desplazamientos modelo global-local .....	60
3.3.4	Condiciones del análisis .....	70
3.3.5	Análisis modelo global .....	71
3.3.6	Análisis modelo local .....	76
3.3.7	Cálculo de error y fuerzas de compensación.....	83
<b>CAPÍTULO IV: RESULTADOS Y ANÁLISIS.....</b>		<b>85</b>
<b>4.1</b>	<b>Resultados solución sin grieta análisis lineal global-local.....</b>	<b>85</b>
<b>4.2</b>	<b>Resultados solución con grieta análisis global-local.....</b>	<b>88</b>
4.2.1.	Modelo con grieta ubicada en $Z=1900$ .....	88
4.2.2.	Modelo con grieta ubicada en $Z=1950$ .....	93
4.2.3.	Modelo con grieta ubicada en $Z=2000$ .....	98
<b>4.3</b>	<b>Análisis de resultados.....</b>	<b>103</b>
<b>CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....</b>		<b>110</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>		<b>111</b>

## ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

<b>Contenido</b>	<b>Página</b>
Ilustración 1: Componentes de la vibración .....	15
Ilustración 2: Puente Coalbrookdale.....	17
Ilustración3: Muestra esquemáticamente los perfiles macroscópicos característicos de fractura.....	22
Ilustración 4: Etapas de la fractura .....	23
Ilustración 5: Marcas en forma de V .....	24
Ilustración 6: Líneas en forma de abanico .....	24
Ilustración 7: Tensión cíclica vs tiempo con amplitud simétrica .....	25
Ilustración 8: Tensión cíclica vs tiempo con ciclo de carga repetida .....	25
Ilustración 9: Tensión con variación de amplitud y frecuencia.....	26
Ilustración 10: Etapas I y II de propagación .....	28
Ilustración 11: Enromado y agudizamiento de la grieta.....	28
Ilustración 12: Esquema de rotura por fatiga.....	29
Ilustración 13: Accidente del Boeing 737-200 .....	30
Ilustración 14: Estado del edificio tras el accidente del Boeing 747.....	30
Ilustración 15:Parte de uno de los brazos de la plataforma Alexander L. Kielland.....	31
Ilustración 16: Identificación de elemento y nudo en la estructura.....	33
Ilustración 17: Pórtico con sus grados de libertad .....	34
Ilustración 18: Identificación de los parámetros que actúan en la deformación de un resorte .....	35
Ilustración 19: Estructuras simuladas con Método de Elementos Finitos .....	37
Ilustración 20: Fuerzas actuantes sobre un elemento finito .....	39
Ilustración 21: Elemento con malla estándar y enriquecida.....	42
Ilustración 22: Modelo de un elemento con discontinuidad .....	44

## ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

---

Ilustración 23: Descomposición de estructura en modelo local y global .....	47
Ilustración 24: Modelo global-local no intrusivo 2D.....	48
Ilustración 25: Modelo global-local no intrusivo 3D.....	48
Ilustración 26: Algoritmo análisis global-local primal-dual .....	49
Ilustración 27: Modelo simple del pórtico (1D) .....	51
Ilustración 28: Sección viga y pilar .....	51
Ilustración 29: Discretización estructura porticada.....	52
Ilustración 30: Representación acoplamiento caso de estudio .....	52
Ilustración 31: Creación de nodos y elementos .....	54
Ilustración 32: Geometría global creada en Geometry .....	54
Ilustración 33: Creación de grupos modelo global .....	55
Ilustración 34: Creación de malla modelo global .....	56
Ilustración 35: Creación de grupos en la malla modelo global .....	56
Ilustración 36: Malla modelo global.....	57
Ilustración 37: Geometría modelo local .....	57
Ilustración 38: Geometría grupos desp_izq y desp_der .....	58
Ilustración 39: Creación de malla modelo local .....	58
Ilustración 40: Creación grupos en la malla modelo local .....	59
Ilustración 41: Malla modelo local.....	59
Ilustración 42: Malla grid .....	60
Ilustración 43: Acoplamiento mallas local y global.....	60
Ilustración 44: Deformación viga debida a momento flector .....	61
Ilustración 45: Desplazamientos producidos por la rotación del momento flector .....	61
Ilustración 46: Deformación viga debida a momento torsor .....	63



## ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

---

Ilustración 47: Desplazamientos producidos por la rotación del momento torsor .....	63
Ilustración 48: Función calc_depl parte I .....	65
Ilustración 49: Función calc_depl parte II (giro en y) .....	66
Ilustración 50: Función calc_depl parte III (giro en z) .....	67
Ilustración 51: Función calc_depl parte IV (giro en x) .....	68
Ilustración 52: Función calc_depl parte V (desplazamiento total) .....	68
Ilustración 53: Resultado función calc_depl aplicando fuerzas en x e y .....	69
Ilustración 54: Resultado función calc_depl aplicando momento torsor .....	69
Ilustración 55: Condiciones del análisis parte I .....	70
Ilustración 56: Condiciones del análisis parte II .....	71
Ilustración 57: Análisis global parte I .....	72
Ilustración 58: Análisis global parte II .....	73
Ilustración 59: Análisis global parte III .....	74
Ilustración 60: Análisis global parte IV .....	75
Ilustración 61: Análisis global parte V .....	76
Ilustración 62: Análisis local sin grieta parte I .....	77
Ilustración 63: Análisis local sin grieta parte II .....	78
Ilustración 64: Análisis local sin grieta parte III .....	78
Ilustración 65: Análisis local con grieta parte I .....	79
Ilustración 66: Análisis local con grieta parte II .....	80
Ilustración 67: Análisis local con grieta parte III .....	80
Ilustración 68: Análisis local con grieta parte IV .....	81
Ilustración 69: Análisis local con grieta parte V .....	82
Ilustración 70: Análisis local con grieta parte VI .....	83

## ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

---

Ilustración 71: Cálculo de error y fuerzas de compensación .....	84
Ilustración 72: Finalización del código.....	84
Ilustración 73: Resultado análisis global-local sin grieta con modelo local de 500 .....	85
Ilustración 74: Visualización resultados modelo local 500 sin grieta .....	86
Ilustración 75: Resultado análisis global-local sin grieta con modelo local de 750 .....	86
Ilustración 76: Visualización resultados modelo local 750 sin grieta .....	87
Ilustración 77: Resultado análisis global-local sin grieta con modelo local de 1000 .....	87
Ilustración 78: Visualización resultados modelo local 1000 sin grieta .....	87
Ilustración 79: Ubicación grieta $z=1900$ .....	89
Ilustración 80: Resultado análisis global-local con grieta en $z=1900$ .....	90
Ilustración 81: Visualización resultados modelo local 500 con grieta en $z=1900$ .....	91
Ilustración 82: Resultado análisis global-local con grieta en $z=1900$ .....	91
Ilustración 83: Visualización resultados modelo local 750 con grieta en $z=1900$ .....	92
Ilustración 84: Resultado análisis global-local con grieta en $z=1900$ .....	92
Ilustración 85: Visualización resultados modelo local 1000 con grieta en $z=1900$ .....	93
Ilustración 86: Ubicación grieta $z=1950$ .....	94
Ilustración 87: Resultado análisis global-local con grieta en $z=1950$ .....	95
Ilustración 88: Visualización resultados modelo local 500 con grieta en $z=1950$ .....	95
Ilustración 89: Resultado análisis global-local con grieta en $z=1950$ .....	96
Ilustración 90: Visualización resultados modelo local 750 con grieta en $z=1950$ .....	96
Ilustración 91: Resultado análisis global-local con grieta en $z=1950$ .....	97
Ilustración 92: Visualización resultados modelo local 1000 con grieta en $z=1950$ .....	97
Ilustración 93: Ubicación grieta $z=2000$ .....	98
Ilustración 94: Resultado análisis global-local con grieta en $z=2000$ .....	99

Ilustración 95: Visualización resultados modelo local 500 con grieta en  $z=2000$ .....100

Ilustración 96: Resultado análisis global-local con grieta en  $z=2000$  .....100

Ilustración 97: Visualización resultados modelo local 750 con grieta en  $z=2000$ .....101

Ilustración 98: Resultado análisis global-local con grieta en  $z=2000$  .....101

Ilustración 99: Visualización resultados modelo local 1000 con grieta en  $z=2000$ .....102

Ilustración 100: Elementos de búsqueda XFEM modelo local mil y grieta ubicada en  $z=2000$  .....106

Ilustración 101: Elementos de búsqueda XFEM modelo local 750 y grieta ubicada en  $z=2000$ .....106

Ilustración 102: Distorsión de los elementos según Principio de Saint-Venant .....108

Ilustración 103: Distribución de tensión en un elemento de distinto largo .....109

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Contenido</b>	<b>Página</b>
Tabla 1: Largos del modelo local y ubicaciones de la grieta .....	53
Tabla 2: Número de iteraciones y error obtenido en el análisis global-local Primal-Dual lineal .....	88
Tabla 3: Número de iteraciones y error obtenido en el análisis global-local Primal-Dual con grieta ubicada en $z=1900$ y $NPS=3$ .....	93
Tabla 4: Número de iteraciones y error obtenido en el análisis global-local Primal-Dual con grieta ubicada en $z=1950$ y $NPS=3$ .....	98
Tabla 5: Número de iteraciones y error obtenido en el análisis global-local Primal-Dual con grieta ubicada en $z=2000$ y $NPS=3$ .....	102

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

<b>Contenido</b>	<b>Página</b>
Gráfico 1: Comparación convergencia problema lineal con distintos modelos locales .....	103
Gráfico 2: Comparación convergencia Primal-Dual con grieta en $z=1900$ .....	104
Gráfico 3: Comparación convergencia Primal-Dual con grieta en $z=1950$ .....	104

## ÍNDICE DE GRÁFICOS

---

Gráfico 4: Comparación convergencia Primal-Dual con grieta en $z=2000$ .....	105
Gráfico 5: Comparación convergencia Primal-Dual con modelo local 500.....	107
Gráfico 6: Comparación convergencia Primal-Dual con modelo local 750.....	107
Gráfico 7: Comparación convergencia Primal-Dual con modelo local 1000.....	108

## CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

### 1.1 Introducción

En el diseño de estructuras se consideran efectos gravitatorios y sobrecargas por el uso, estos son considerados como cargas estáticas, sin embargo, también se deben considerar cargas de carácter dinámico. Dentro de este marco, las cargas dinámicas pueden ser generadas por fuerzas ambientales como el viento, mareas y sismos o por el uso de la estructura, pudiendo ser generadas, por ejemplo, por máquinas o vehículos en caso de puentes. Dicho de otra manera, las estructuras están en constante vibración, por lo que deben resistir cargas cíclicas que pueden ir variando en amplitud y frecuencia; con el tiempo, estas cargas provocan la fatiga del material generando grietas, las que junto a una gran concentración de esfuerzos podría producir un fallo frágil en el elemento agrietado, llevando al colapso de la estructura.

De esta forma tener técnicas eficientes para el análisis de crecimiento de grietas es importante, ya que puede permitir tomar una rápida decisión de que medidas tomar. Por lo anterior, es que se busca implementar una metodología de análisis no intrusivo con modelos simplificados.

La metodología que se busca implementar está basada en un proceso iterativo que realiza un análisis lineal estático a un modelo simple de barras 1D, definido como modelo global y un análisis de propagación de grietas con la técnica de elementos finitos extendidos (XFEM) proporcionada por el software Code\_Aster en un modelo 3D definido como modelo local. Ambos modelos serán acoplados imponiendo condiciones de bordes obtenidas, generando un proceso iterativo hasta que dichas condiciones sean similares en ambos modelos. También, se comparará la solución entregada variando la posición de inicio de la grieta y las dimensiones del modelo local para ver si influye en la convergencia del problema.

## **1.2 Objetivos**

### **1.2.1 Objetivo general**

Realizar un análisis global-local no intrusivo primal-dual de crecimiento de grietas mediante un modelo simplificado 1D a un pórtico estructural que presenta una grieta especificada en un modelo complejo 3D.

### **1.2.2 Objetivos específicos**

- Definir una estructura porticada de acero, especificando los parámetros del material y sección para obtener sus propiedades mecánicas.
- Generar una función que permita traspasar los desplazamientos del modelo simple 1D al modelo complejo 3D.
- Implementar un código que realice análisis no intrusivo primal-dual con modelos simplificados.
- Analizar el modelo simplificado con y sin grietas con metodología no intrusiva y modelo simplificado 1D.
- Realizar la comparación de resultados obtenidos al modificar las dimensiones del modelo local y la ubicación de la grieta, para analizar su efecto en la convergencia del problema.

## CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO

En este capítulo se abordarán tópicos relevantes con respecto a la fatiga producida en materiales. Se describe en primera instancia qué son las vibraciones y cómo se presentan en estructuras. Luego, se procederá a describir el acero, ya que será el material utilizado en el caso de estudio, en este punto se verán temas como sus propiedades, clasificación, uso, etc. Posteriormente, se verá el fenómeno de fatiga, se explicará cómo se genera y sus efectos en estructuras; como lo es la generación y posterior crecimiento de grietas. Para finalizar con las formas de análisis que tiene, es decir, teorías planteadas, métodos numéricos empleados y software.

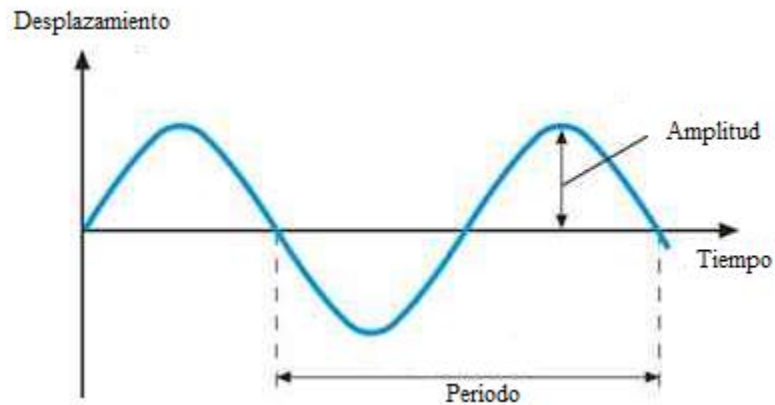
### 2.1 Estructuras sometidas a vibraciones

El movimiento de una partícula o un cuerpo que oscila alrededor de una posición de equilibrio recibe el nombre de vibración mecánica, pero es importante establecer que el cuerpo debe poseer por lo menos un elemento inercial y restaurador. Este fenómeno se ve reflejado en la mayoría de las estructuras cuando las fuerzas externas que actúan sobre una estructura no se aplican lenta y gradualmente, produciéndose efectos de carácter dinámico. Estos efectos se deben tener en consideración, debido a que genera un aumento en los esfuerzos y tensiones soportados por la estructura. Algunos ejemplos de cuando las situaciones de carácter dinámico de las cargas deben ser tomados en cuenta se presentan a continuación (Rossi, 2007):

- Fuerzas variables generadas por máquinas con piezas en movimientos rotativos o alternativos.
- Fuerzas móviles en estructuras de puentes.
- Fuerzas impulsivas producidas por ráfagas de viento o explosiones.
- Fuerzas inerciales debidas a movimientos sísmicos.

La vibración mecánica se puede dividir en distintas componentes. Dentro de este marco, al efectuarse una vibración el cuerpo se ve sometido a un ciclo, es decir, es desplazado desde la posición de equilibrio y producto de la acción de fuerzas de restitución vuelve a su posición de equilibrio, de modo que el tiempo necesario para que el sistema efectúe este ciclo completo de movimiento se denomina período de vibración. Por su parte, el número de ciclos por unidad de tiempo es la frecuencia, mientras que el desplazamiento máximo desde la posición de equilibrio se define como amplitud de vibración (Máximo & Alvarenga, 1998).

Las componentes descritas se pueden representar gráficamente por medio de la propagación de una onda como se aprecia en la Ilustración 1.



*Ilustración 1: Componentes de la vibración*

*Fuente: guiatelecoyantenass.blogspot.com modificada por Matias Jaque*

Las vibraciones pueden ser clasificadas como libres y forzadas. La vibración libre tiene por causa una perturbación inicial, donde el movimiento es mantenido por las fuerzas de restitución inherentes del cuerpo. En cambio, cuando al cuerpo se le aplican fuerzas perturbadoras externas que se mantienen por un período, el movimiento resultante es una vibración forzada (Chopra, 2014).

## 2.2 Caso de estudio: Acero

### 2.2.1 Historia del acero

El acero es una combinación de distintos elementos, pero principalmente se define como una combinación de hierro con pequeñas cantidades de carbono que, por lo general no supera el 1 %. A pesar de ser un material utilizado con muchos años de antigüedad, fue en la mitad del siglo XIX que se logró un método de producción económico (Csernak & McCormac, 2012).

El proceso para producir grandes cantidades de acero tiene el nombre de Henry Bessemer, quien si bien consiguió una patente inglesa para su proceso en el año 1855, no pudo conseguir una patente en Estados Unidos en el año 1856, puesto que William Kelly siete años antes había producido acero mediante el mismo proceso. A pesar de esto, se usó el nombre de Bessemer para el proceso siendo que Kelly obtuvo la patente (Csernak & McCormac, 2012).



Ahora bien, en el proceso de producción del acero se utiliza el convertidor, que es un horno giratorio. Kelly y Bessemer se percataron que al pasar aire a través del hierro fundido se quemaban las impurezas del metal, pero también se eliminaban elementos que eran provechosos tales como el carbono y el manganeso. Debido a esto, es que se aprendió que los elementos perdidos se podían añadir mediante hierro especular; que es una aleación de hierro, carbono y magnesio. Además de agregar hierro especular, se añadió piedra caliza al convertidor para remover el fósforo y la mayor parte del azufre. Gracias a este proceso en el año 1870 ya se podía producir grandes cantidades de acero estructural al carbono, y por el año 1890 el acero era el principal metal estructural usado en Estados Unidos (Csernak & McCormac, 2012).

Actualmente la producción de acero tiene distintos métodos y mejoras a lo planteado por Bessemer y Kelly, un ejemplo de esto es que los perfiles se pueden procesar mediante el rolado en frío, la aplicación de recubrimientos y/o el proceso de recocido. En este último, el acero es calentado en un rango de temperatura y es mantenido por varias horas para luego enfriar a temperatura ambiente, logrando que el acero mejore una de sus principales propiedades como es la ductilidad (Csernak & McCormac, 2012).

Cabe mencionar que la primera estructura de gran envergadura fue en Shropshire, Inglaterra en el año 1779, en donde se construyó el puente Coalbrookdale (Ilustración 2) con hierro colado<sup>1</sup>. Así, con la construcción de este puente se dice que el hierro se introdujo como un material estructural. En las décadas siguientes fueron construidos otros puentes con hierro colado, sin embargo, después de 1840 el hierro dulce<sup>2</sup> lo reemplazó (Csernak & McCormac, 2012).

---

<sup>1</sup> Hierro colado es un hierro que contiene un porcentaje de carbono mayor al 2%

<sup>2</sup> Hierro dulce es un hierro que contiene un porcentaje de carbono menor al 0,15%



*Ilustración 2: Puente Coalbrookdale*  
*Fuente: Revista ARQHYS. 2012*

### 2.2.2 Propiedades del acero

El acero es un material que cuenta con gran resistencia, poco peso, facilidad de fabricación y otras propiedades convenientes, tal vez por eso es el material más versátil de los utilizados estructuralmente (Csernak & McCormac, 2012). A continuación, se describirán las ventajas estructurales que posee:

- a) Alta resistencia: esta propiedad es de gran importancia en la construcción de puentes, edificios altos y estructuras cimentadas en suelos blandos, debido a que por su unidad de peso permite que se realicen estructuras relativamente livianas (Csernak & McCormac, 2012).
- b) Uniformidad: las propiedades del acero no cambian con el tiempo, ni varían con la localización en los elementos estructurales (Csernak & McCormac, 2012).
- c) Elasticidad: el acero es el material que más se acerca a un comportamiento linealmente elástico, es decir, cumple con la Ley de Hook hasta alcanzar esfuerzos considerables (Csernak & McCormac, 2012).
- d) Ductilidad: cuando un material sufre grandes deformaciones sin fallar bajo esfuerzos altos recibe el nombre de ductilidad, tal que al ensayar el acero se produce una reducción de la sección transversal y un alargamiento en el punto de falla, antes de que se produzca la fractura. En elementos estructurales sometidos a cargas normales se desarrollan esfuerzos en varios puntos, por lo que la ductilidad del acero le permite fluir localmente en varios puntos, evitando fallas prematuras. También al ser cargado tangencialmente una estructura de acero logra resistir grandes deflexiones (Csernak & McCormac, 2012).

- e) Tenacidad: es la energía que absorbe un material al momento de presentar deformación antes de llegar a la rotura, vale decir, aunque el acero presente grandes deformaciones es capaz de seguir soportando grandes esfuerzos (Csernak & McCormac, 2012).
- f) Ampliaciones de estructuras existentes: las estructuras de acero se adaptan muy bien a posibles ampliaciones, de modo que se pueden añadir nuevas crujías<sup>3</sup> e incluso alas<sup>4</sup> enteras a estructuras de acero ya existentes, y con frecuencia se pueden ampliar los puentes de acero (Csernak & McCormac, 2012).
- g) Propiedades diversas: el acero cuenta con otras propiedades que le dan una ventaja sobre otros materiales, las que se mencionan a continuación (Csernak & McCormac, 2012).
  - Gran facilidad para unir diversos miembros por medio de distintos tipos de conexiones.
  - Rapidez y montaje, la velocidad de construcción en acero es superior a la de otros materiales.
  - Variedad de tamaños y secciones, el acero se encuentra en perfiles con distintos tamaños y secciones para optimizar su uso.
  - Reciclable, es posible utilizarlo nuevamente después de desmontar una estructura y también está la posibilidad de venderlo como chatarra.

A pesar de las buenas propiedades del acero que lo hacen tener ventaja sobre otros materiales, también cuenta con desventajas, las que se presentan a continuación:

- a) Corrosión: la mayoría de los aceros al estar expuestos al aire y al agua son susceptibles a la corrosión, por lo que se deben complementar con un material secundario. En algunas situaciones es un gran problema, por ejemplo, en las fallas por corrosión fatiga (Csernak & McCormac, 2012).
- b) Costo de la protección contra el fuego: la resistencia del acero se reduce considerablemente al alcanzar temperaturas altas, generando que tenga un comportamiento plástico. Asimismo, es un excelente conductor de calor, de modo

---

<sup>3</sup> Crujía: espacio arquitectónico entre dos elementos estructurales.

<sup>4</sup> Ala: es cada uno de los cuerpos separados lateralmente del edificio principal.

que el calor se propaga rápidamente pudiendo afectar a elementos o estructuras adyacentes. En consecuencia, se debe proteger con recubrimientos aislantes del calor y del fuego (Csernak & McCormac, 2012).

- c) Susceptibilidad al pandeo: debido a la alta relación resistencia-peso, el empleo de perfiles de acero esbeltos sujetos a compresión, los hace susceptibles al pandeo. Si bien, el uso de perfiles de acero es muy económico, se debe considerar el posible pandeo que pueda sufrir, por tanto, se deben utilizar otros elementos de acero para rigidizar la estructura (Csernak & McCormac, 2012).
- d) Fatiga: la resistencia del acero se reduce si es sometido a un gran número de inversiones del sentido de cargas y/o a un gran número de cambios de la magnitud (Csernak & McCormac, 2012).
- e) Rotura frágil: bajo ciertas condiciones, el acero puede perder su ductilidad y la fractura frágil puede ocurrir en lugares de concentración de esfuerzos. Para ejemplificar, las cargas que producen fatiga y muy bajas temperaturas agravan la situación. Igualmente, las condiciones de esfuerzo triaxial pueden conducir a la fractura frágil (Csernak & McCormac, 2012).

### 2.2.3 Tipos de acero estructural

Las propiedades del acero van cambiando según la cantidad de carbono presente y los otros elementos añadidos como silicio, níquel, manganeso y cobre. Cabe destacar que un acero que tiene cantidades considerables de estos últimos elementos se denomina acero aleado. Aunque estos elementos tienen un gran efecto en las propiedades del acero, las cantidades de carbono y otros elementos de aleación son muy pequeños comparados con la de hierro. Además, la composición química del acero determina sus propiedades físicas y mecánicas, pero también influyen el proceso de laminado, historia de esfuerzos y tratamiento térmico aplicado (Csernak & McCormac, 2012).

En general, los aceros se clasifican según las propiedades que se quieren utilizar o fortalecer. A continuación, se presentan los principales aceros utilizados:

- a) Aceros al carbono: los principales elementos complementarios al hierro son el carbono y el manganeso. La cantidad de carbono especifica el grado de dureza y soldabilidad. Particularmente, los aceros al carbono tienen sus contenidos limitados a los siguientes porcentajes máximos: 1.7 % de carbono, 1.65 % de manganeso, 0.60 % de silicio y 0.60 % de cobre. Cabe destacar que los aceros

al carbono utilizados estructuralmente son los que poseen un porcentaje de carbono entre 0,15 % a 0,29 % (Csernak & McCormac, 2012).

- b) Aceros de alta resistencia y baja aleación: además del carbono y manganeso, este tipo de aceros poseen otras adiciones tales como el columbio, vanadio, cromo, silicio, cobre y níquel, pudiendo así obtener las propiedades deseadas. En este sentido, el término de baja aleación se les otorga a los que contienen un valor que no excede el 5 % de los elementos de aleación, en relación con el porcentaje de hierro. Mientras que los valores de fluencia, que indican la alta resistencia de estos aceros, están comprendidos en valores de 2812 kg/cm<sup>2</sup> y 4921 kg/cm<sup>2</sup> (Csernak & McCormac, 2012).
- c) Aceros de alta resistencia, baja aleación y resistentes a la corrosión: al añadirle al acero pequeños porcentajes de cobre se vuelve más resistente a la corrosión, esto se debe a que se oxida la superficie del acero y se le forma una capa muy comprimida, que impide una mayor oxidación y evita la necesidad de un constante mantenimiento (Csernak & McCormac, 2012).

### 2.2.4 Usos del acero

El acero es un elemento importante en la industria de la construcción, por ejemplo, se utiliza para armar el hormigón, reforzar cimientos, construir estructuras soportantes, además es usado en revestimientos y techos. Sin embargo, el acero no se usa solamente en la construcción, pues gracias a la versatilidad del material puede ser utilizado en la fabricación de herramientas, utensilios, equipos mecánicos, electrodomésticos, máquinas industriales, entre otros. Igualmente, lo podemos encontrar en la vida cotidiana, ya que se utiliza como envase de latas de conservas o bebidas y como contenedor de pinturas, grasas o solventes (Csernak & McCormac, 2012).

Otra industria que recurre mucho acero es la automotriz, pues muchas partes de los automóviles están compuestas por ese material, por ejemplo, el cigüeñal, los piñones, los ejes de transmisión de caja de velocidades y los brazos de articulación de la dirección (Csernak & McCormac, 2012).

Aunado a lo anterior, hay otras industrias que son las principales consumidoras de acero, tales como la construcción ferroviaria, la industria de las armas y los astilleros en la construcción de barcos, buques, etc. (Csernak & McCormac, 2012)

## 2.3 Mecánica de fractura

La fractura se define como la separación de un cuerpo en dos o más piezas debido a la acción de una fuerza. En este sentido, los esfuerzos sufridos por el cuerpo pueden ser de tracción, compresión, corte, torsión o cualquier otro tipo de sollicitación. Además, la fractura se puede clasificar basada en la capacidad del material para experimentar deformación plástica, pudiendo ser fractura dúctil o frágil, esta clasificación depende de cada situación, es decir, se debe determinar en qué estado de deformación se encuentra el material, mediante la cuantificación en porcentaje de alargamiento y reducción de área (Callister, 1994).

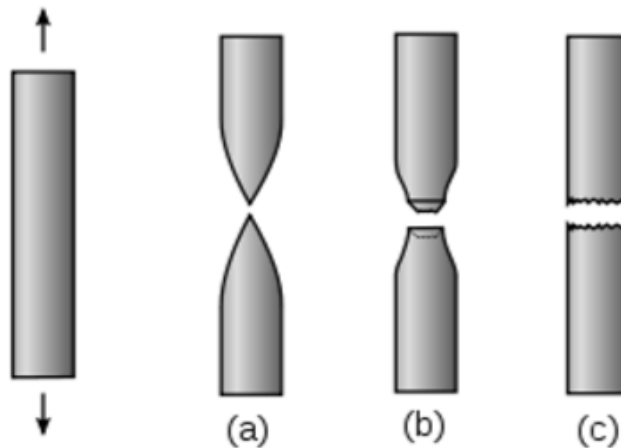
Ahora bien, el proceso de fractura se compone de dos etapas: a) formación y b) propagación de una fisura, en respuesta al estado tensional que se encuentra sometido el cuerpo, tal que el modo de fractura depende del mecanismo de propagación de la fisura. Cabe destacar que una característica de la fractura dúctil es la presencia de mucha deformación plástica en los contornos de la fisura en crecimiento, además es un proceso lento, por esto se dice que la fisura es estable, vale decir, opone una resistencia a su propagación siempre que no varíe su estado tensional. En cambio, en el caso de la fractura frágil la fisura se extiende de forma muy rápida con poca o nula deformación plástica, por ende, se denominan inestables y su propagación continúa espontáneamente sin necesidad de que varíe su estado tensional (Callister, 1994).

Aunado a lo anterior, la fractura frágil ocurre de forma repentina y sin presentar ningún síntoma previo, mientras que, en la fractura dúctil al presentarse deformación plástica, se tiene un precedente de que se puede llegar a la rotura y se pueden tomar acciones preventivas. Adicionalmente, para propagar la fisura que genera una fractura dúctil se necesita mayor energía de deformación, es decir, aumentar su estado tensional. Debido a las razones presentadas es que se prefiere una fractura dúctil en vez de una frágil (Callister, 1994).

### 2.3.1 Fractura dúctil

En las superficies que se presenta fractura dúctil se pueden apreciar rasgos a nivel macroscópicos y microscópicos. En la Ilustración 3 se presenta un esquema con los perfiles macroscópicos de la fractura. Específicamente, la estructura mostrada en la Ilustración 3a

representa materiales muy dúctiles y que se rompen cuando la estricción<sup>5</sup> se reduce a un punto, vale decir, la reducción del área es de un 100 %. Ejemplos de dichos materiales son los metales, tales como oro y plomo a temperatura ambiente, junto con polímeros y vidrios inorgánicos que se encuentren a temperaturas elevadas. Por otra parte, la Ilustración 3b representa el tipo de fractura a tracción más común en los materiales dúctiles, en la que la fractura es precedida por sólo una cantidad moderada de estricción (Callister, 1994).

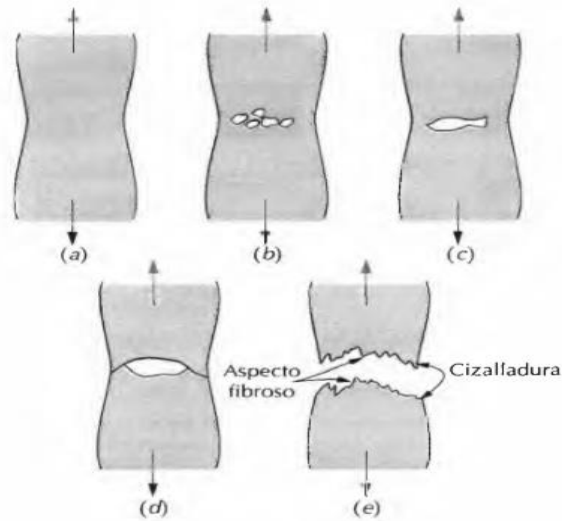


*Ilustración 3: Muestra esquemáticamente los perfiles macroscópicos característicos de fractura*  
*Fuente: (Callister, 1994)*

La fractura es un proceso de varias etapas. En primer lugar, una vez iniciada la estricción, se forman pequeñas cavidades o micro cavidades en el interior de la sección, como se puede apreciar en la Ilustración 4b. Posteriormente, producto del aumento de la deformación, las cavidades formadas crecen y se unen, lo que da origen a una grieta elíptica, cuyo eje mayor es perpendicular a la dirección de la fuerza aplicada. Debido a la unión de las cavidades, la grieta continúa creciendo en la dirección paralela a su eje mayor (Ilustración 4c). Finalmente, se produce la fractura por la rápida propagación de una grieta alrededor del perímetro exterior de la estricción (Ilustración 4d) (Callister, 1994).

---

<sup>5</sup> Estricción: es la reducción del área de un cuerpo sometido a esfuerzos de tracción.



*Ilustración 4: Etapas de la fractura*

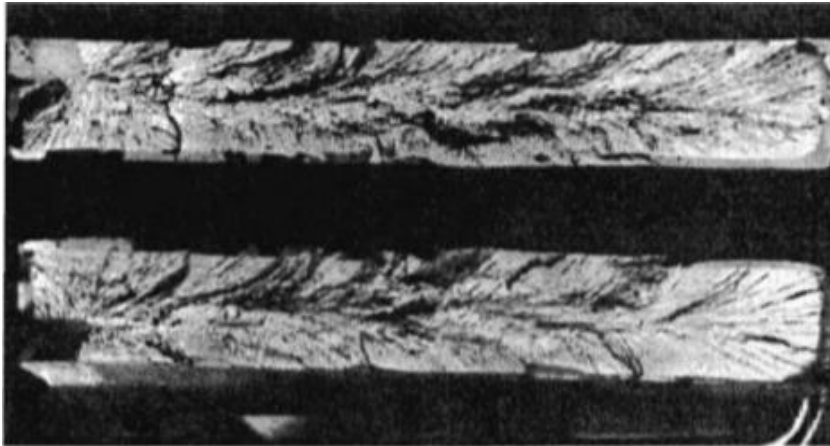
*Fuente: (Callister, 1994)*

### 2.3.2 Fractura frágil

La fractura frágil, a diferencia de la plástica, se produce sin que haya una deformación apreciable y por una rápida propagación de la grieta. La dirección del crecimiento de la grieta es casi perpendicular al de la tensión aplicada, produciendo una superficie de fractura plana, como se puede apreciar en la Ilustración 3c (Callister, 1994).

Dentro de este marco, en la superficie del material en el que ocurre una fractura frágil se producen algunos detalles característicos, uno de ellos es la ausencia de cualquier signo de deformación plástica. Por ejemplo, al producirse este fallo en piezas de acero se pueden apreciar una serie de marcas en forma de V, que se crean cercanas al centro de la sección de fractura y que apuntan al lugar de iniciación de la fractura (Ilustración 5). Otro detalle que se puede apreciar es que la superficie contiene líneas que irradian desde el origen de la grieta en forma similar a un abanico (Ilustración 6) (Callister, 1994).





*Ilustración 5: Marcas en forma de V*  
*Fuente: (Callister, 1994)*



*Ilustración 6: Líneas en forma de abanico*  
*Fuente: (Callister, 1994)*

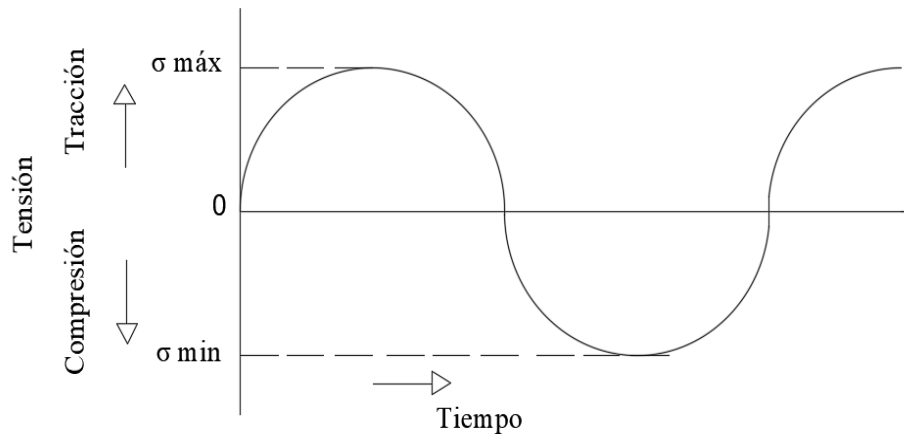
## **2.4 El fenómeno de fatiga**

El fallo por fatiga consiste en la pérdida de resistencia en estructuras solicitadas por cargas cíclicas de larga duración, siendo la amplitud de carga menor al límite de rotura o, incluso, al límite elástico del material. Este fenómeno de fallo afecta a gran cantidad de estructuras, por ejemplo, máquinas rotativas, tornillos, alas de aviones, ruedas de ferrocarril, plataformas marítimas, barcos, vehículos, edificación, puentes, etc. De esta manera, la fatiga es importante, ya que es la primera causa de rotura de los materiales. Precisamente, se estima que este fenómeno es la causa de aproximadamente el 90 % de las roturas metálicas (Callister, 1994).

Cabe destacar que la rotura por fatiga tiene aspecto frágil, aun en metales que son normalmente dúctiles, debido a que no hay deformación plástica importante asociada. Junto a esto, el proceso de rotura por fatiga se divide en tres etapas. La primera es la incitación de una fisura, luego viene su propagación hasta llegar a la rotura (Callister, 1994).

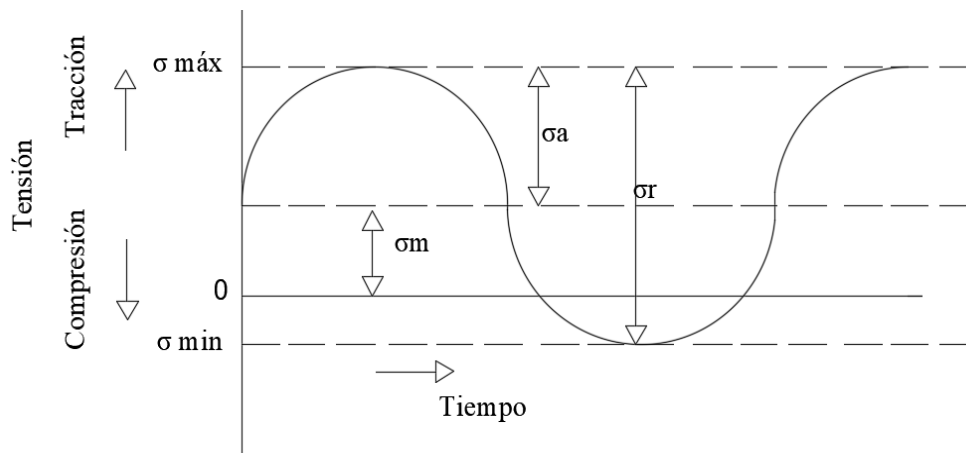
**2.4.1 Generación de fatiga**

Como se mencionó anteriormente, la fatiga se produce por cargas cíclicas, ya sea axial, de flexión o torsional, estas poseen 3 modos de tensión fluctuante tiempo. En la Ilustración 7, se puede apreciar una dependencia regular y sinusoidal del tiempo, en la que la amplitud es simétrica respecto al nivel medio de tensión cuyo valor es cero, es decir, el valor máximo de tracción ( $\sigma_{max}$  alterna hasta un valor mínimo igual de compresión ( $\sigma_{min}$ , esto recibe el nombre de ciclo de carga invertida (Callister, 1994).



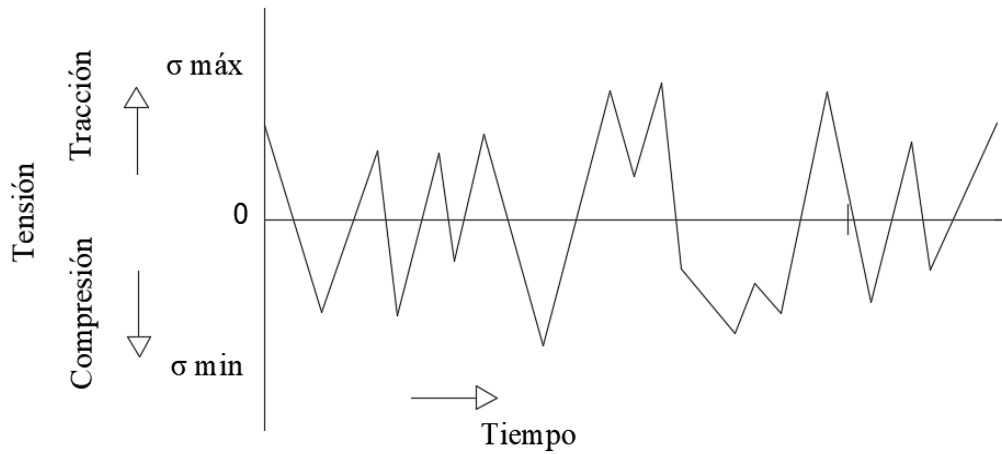
*Ilustración 7: Tensión cíclica vs tiempo con amplitud simétrica*  
 Fuente: (Callister, 1994)

Otro tipo de carga es el denominado ciclo de carga repetida, el que está representado en la Ilustración 8, en este caso los valores máximos y mínimos son asimétricos con respecto al estado cero de carga.



*Ilustración 8: Tensión cíclica vs tiempo con ciclo de carga repetida*  
 Fuente: (Callister, 1994)

Finalmente, el nivel de tensiones puede variar sin tener ningún patrón en amplitud y frecuencia, como se representa en la Ilustración 9.



*Ilustración 9: Tensión con variación de amplitud y frecuencia*  
 Fuente: (Callister, 1994)

Ahora bien, en la Ilustración 8, también se logran identificar varios parámetros que se utilizan para caracterizar el ciclo de fluctuación de carga. Uno de ellos está relacionado con la amplitud, ya que la tensión varía respecto a un valor medio ( $\sigma_m$ , que se define como el promedio de las tensiones máximas y mínimas en cada ciclo, es decir:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad Ec. (1)$$

Otro parámetro que se identifica es el intervalo de tensiones ( $\sigma_r$ , siendo la diferencia entre  $\sigma_{max}$  y  $\sigma_{min}$ . Mediante este intervalo podemos definir la amplitud de tensiones ( $\sigma_a$ , siendo la mitad del intervalo de tensiones, como se expresa a continuación:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_r}{2} \quad Ec. (2)$$

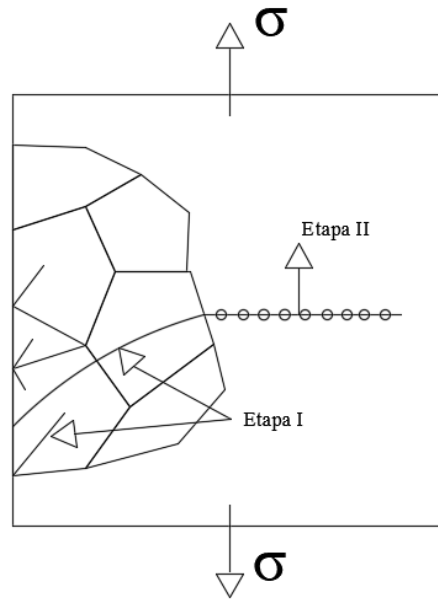
En consecuencia, cuando el material interactúa con este tipo de cargas se produce la rotura por fatiga, siendo caracterizada por la iniciación de la grieta, en donde se forma una pequeña grieta en el punto donde existe una alta concentración de tensiones. Una vez generada la grieta viene la propagación, en la que esta grieta avanza en cada ciclo de carga. Por último, está la rotura final, la que ocurre de forma rápida una vez que la grieta ha

alcanzado un tamaño crítico. Así, la vida a fatiga ( $N_f$ ) se puede entender como el número total de ciclos hasta la fractura, vale decir, la suma del número de ciclos para la iniciación ( $N_i$ ) y para la propagación ( $N_p$ ) de la grieta. Cabe destacar que el aporte de la etapa final de rotura a la vida a fatiga es bajo, pues ocurre muy rápido (Callister, 1994).

Atendiendo a estas consideraciones, las proporciones relativas de  $N_i$  y  $N_p$  a la vida a fatiga van a depender de cada material y de sus condiciones de ensayo. Para ejemplificar, si las tensiones son pequeñas, pero con un alto número de ciclos, gran parte de la vida a fatiga es utilizada en la iniciación, mientras que, al aumentar las tensiones, las grietas se forman rápidamente y la vida a fatiga en iniciación disminuye. Por ende, al tener niveles de tensión altos, la etapa de propagación de la grieta predomina por sobre la iniciación, caso contrario es con niveles de tensión bajos (Callister, 1994).

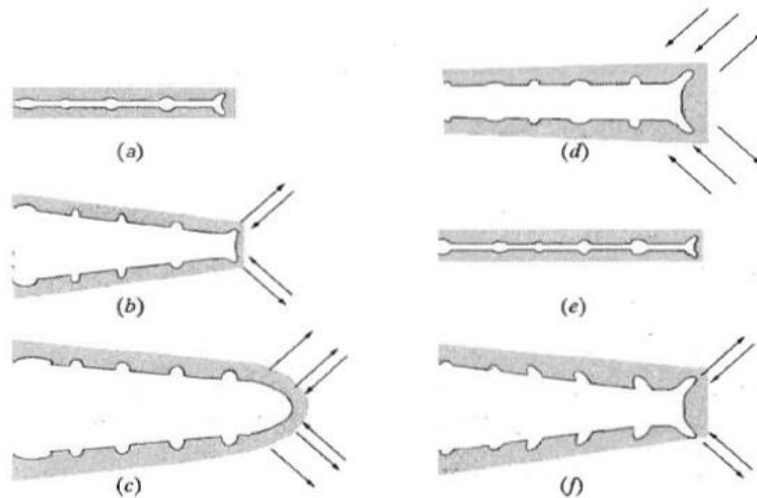
Por añadidura, las grietas asociadas con la rotura por fatiga se inician sobre la superficie de un punto que se encuentre sometido a altas concentraciones de tensiones. En el caso de las cargas cíclicas, estas pueden producir discontinuidades superficiales microscópicas a partir de escalones producidos por deslizamiento de dislocaciones, los que actuarán como concentradores de la tensión y por consecuencia serán lugares de iniciación de grietas (Callister, 1994).

Una vez iniciada la grieta se propaga lentamente, esto se denomina etapa I de la propagación (Ilustración 10). En esta etapa, según el nivel de tensiones se puede constituir una fracción grande o pequeña de la vida total a fatiga. La superficie de fatiga que se forma en la etapa I de propagación tiene aspecto plano y sin ningún detalle importante (Callister, 1994).



*Ilustración 10: Etapas I y II de propagación*  
 Fuente: (Callister, 1994)

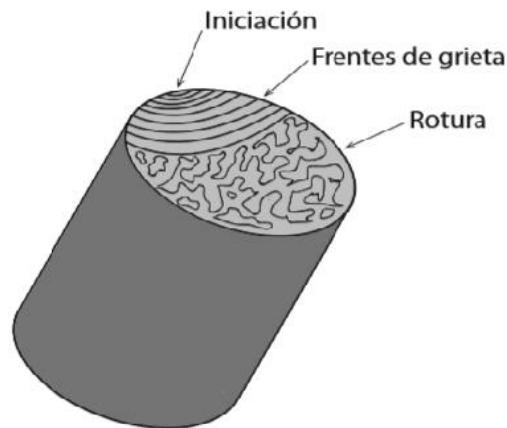
Evidentemente, empieza una segunda etapa de propagación (etapa II), donde la velocidad de extensión de la grieta aumenta drásticamente, además la dirección de propagación cambia, siendo perpendicular a la tensión aplicada como se puede ver en Ilustración 10. En la etapa II, el crecimiento de la grieta es mediante un proceso repetitivo de enromado y agudizamiento de la grieta en su punta (Ilustración 11) (Callister, 1994).



*Ilustración 11: Enromado y agudizamiento de la grieta*  
 Fuente: (Callister, 1994)

En la Ilustración 11, se puede ver como es sometida la grieta a los ciclos de carga. Específicamente, la Ilustración 11a muestra el estado de la grieta sometida a un estado mínimo de carga, mientras que en la Ilustración 11b se puede ver cuando es sometida a un aumento de carga hasta llegar al máximo (Ilustración 11c). Por otro lado, en la Ilustración 11d se aprecia el inicio del descenso de la carga hasta llegar a la carga mínima donde empieza el nuevo ciclo (Ilustración 11e). Finalmente, en la Ilustración 11f se puede ver como es sometido al nuevo ciclo de carga y el aumento del tamaño de la grieta. De esta forma, el proceso se repite hasta que la sección es incapaz de soportar un nuevo ciclo, lo que genera la rotura del material (Callister, 1994).

A partir de lo anterior, al producirse la rotura del material se pueden distinguir dos zonas, una es la zona de líneas paralelas asociadas a diferentes frentes de grieta y la otra es la zona rugosa asociada a la rotura final (Ilustración 12) (Callister, 1994).



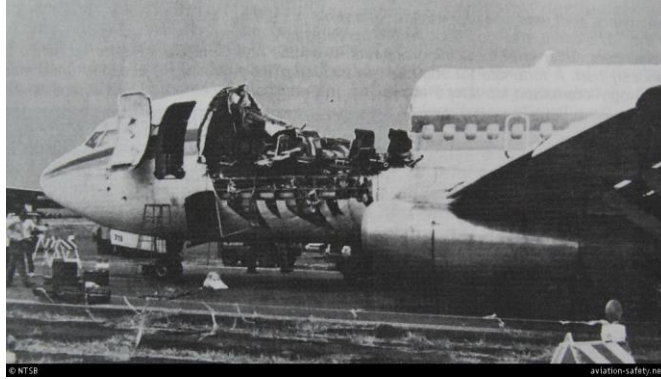
*Ilustración 12: Esquema de rotura por fatiga  
Fuente: (Callister, 1994)*

#### **2.4.2 Ejemplos de fallas por fatiga**

El fenómeno de fatiga como se ha mencionado antes es una de las principales causas de roturas de materiales sometidos a cargas cíclicas, por ello a continuación se presentan algunos ejemplos que han terminado produciendo importantes accidentes.

- Aviación, Boeing 737-200: El 28 de abril del año 1988, durante el vuelo 243 de Aloha Airlines, el avión Boeing 737-200 al llegar a una altura de 7.200 metros sufrió una descompresión explosiva que provocó que parte del techo de la cabina se

desprendiera. Las investigaciones determinaron que el avión tenía un historial de vibraciones inusuales lo que llevó a la fatiga del material (ilustración 13) (Rodríguez, 2014).



*Ilustración 13: Accidente del Boeing 737-200*

*Fuente: (Rodríguez, 2014)*

- Aviación, Boeing 747-258F: En el año 1992, el avión Boeing 747-258F tuvo un accidente al despegar tras realizar mantenimientos y cargar combustible en el aeropuerto de Ámsterdam-Schiphol. Luego de despegar, el avión presenta fallas en dos motores, por lo que se perdió el control de la nave y provocó que se estrellara con un complejo de departamentos (ilustración 14). Las causas oficiales del accidente fueron fallos de diseño en los soportes de los motores y fatiga del material (Rodríguez, 2014).



*Ilustración 14: Estado del edificio tras el accidente del Boeing 747*

*Fuente: (Rodríguez, 2014)*

- Tren, convoy de mercancías: En el año 2011 al tren de carga de la empresa FEPASA, en la entrada de la estación de Collipulli (Chile), se le descarriló la

máquina y dos vagones. Particularmente, el accidente solo tuvo daño material y ocurrió por la fatiga del material de las vías.

- Petróleo, plataforma Alexander L. Kielland: En el año 1980, la plataforma de perforación semi sumergible tuvo un fallo estructural, lo que provocó la muerte de 123 personas, esta plataforma se encontraba ubicada a 320 km al este de Dundee (Escocia). El día del accidente había olas de 12 m y vientos de 74 km/h lo que produjo que 5 de 6 cables de anclaje se rompieran. El informe de investigación llegó a la conclusión de que la plataforma se colapsó debido a una grieta por fatiga en los arrostramientos. En la ilustración 15 se puede ver parte de los refuerzos (arrostramientos) que fallaron durante el accidente (Rodríguez, 2014).



*Ilustración 15: Parte de uno de los brazos de la plataforma Alexander L. Kielland  
Fuente: (Rodríguez, 2014)*

### **2.5 Métodos numéricos para el análisis de grietas producidas por fatiga**

El estudio de generación y crecimiento de grietas mediante la mecánica de fractura es primordial para cuantificar y predecir el comportamiento de estructuras bajo condiciones de servicio. En este sentido, la correcta estimación de los parámetros que caracterizan los campos de desplazamientos y tensiones en las cercanías de la grieta se convierte en un aspecto fundamental del análisis, puesto que establece las condiciones para el crecimiento de grieta y posterior fallo estructural (Khoei, 2015).

El estudio de la mecánica de fractura ha cambiado de forma drástica el entendimiento del comportamiento mecánico de los materiales, estableciendo una filosofía de diseño basada en la tolerancia al daño y siendo utilizado por variadas industrias, tales como la industria de la construcción en el diseño de estructuras, industria aeroespacial y aeronáutica, etc. En



consecuencia, la mecánica de fractura ha aprovechado de forma considerable el desarrollo de los métodos numéricos aplicados al análisis de la mecánica del sólido (Khoei, 2015).

Precisamente, el método de los elementos finitos (MEF) es uno de los métodos numéricos más potentes para resolver de forma aproximada problemas en ingeniería, y ha sido utilizado por mucho tiempo para determinar la estabilidad estructural. Ahora bien, aunque el MEF es muy eficaz y ha sido ampliamente desarrollado, sus características no le permiten representar adecuadamente el comportamiento real de ciertos tipos de problemas. En concreto, el MEF resulta menos eficiente para modelar problemas que involucran discontinuidades o singularidades, es decir, para modelar una grieta en MEF se necesita una malla de elementos finitos que represente la geometría de la grieta, y recurrir a procedimientos especiales que permitan capturar el carácter singular de la solución en el extremo de grieta. Dichos inconvenientes son mayores cuando se desea modelar la propagación de la grieta, por lo que se debe adaptar la aproximación en cada etapa de crecimiento (Khoei, 2015).

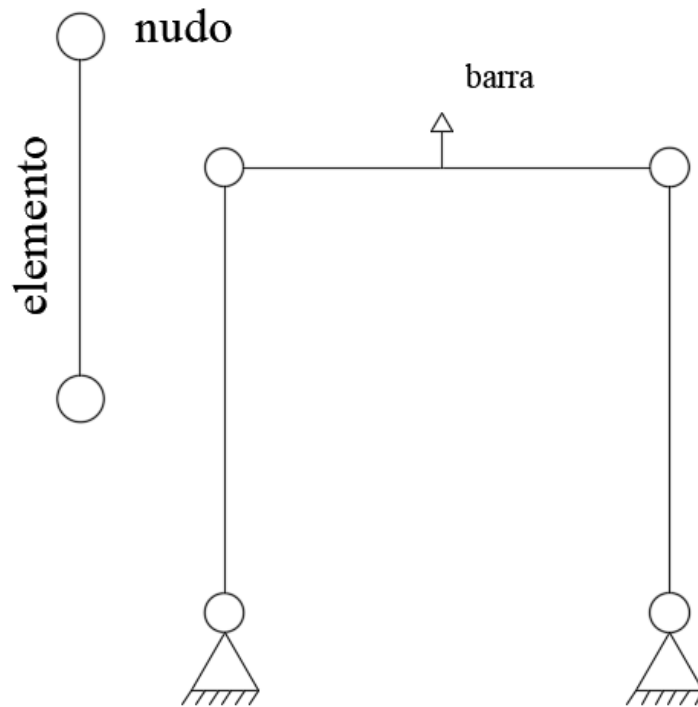
Por lo mencionado anteriormente, es que se desarrollaron nuevos métodos en busca de solucionar dichas dificultades y potenciar aún más el MEF. Uno de estos nuevos métodos es el Método Extendido de los Elementos Finitos (XFEM), este aumenta los grados de libertad que presenta la aproximación estándar del MEF, introduciendo funciones de enriquecimiento en problemas que contengan algún campo discontinuo o singular, vale decir, se enriquecen los elementos situados en el extremo de la grieta y a lo largo de sus caras, para así representar la grieta sin modificar la discretización. De esta forma, se evita regenerar la malla a medida que la discontinuidad cambia su geometría, dando como resultado un menor costo computacional y menores errores inducidos (Khoei, 2015).

### **2.5.1 Conceptos básicos de cálculo matricial**

Existen diversos métodos de análisis de estructuras. En la actualidad, debido a su simplicidad, el análisis matricial es uno de los más utilizados, dicho método es una extensión de las ideas de Maxwell y Mohr del siglo XIX. En este sentido, en el análisis matricial se tiende a implementar un método de cálculo general, para que no se deba modificar para cada estructura. Lo anterior conduce a un mayor número de operaciones, sin embargo, su utilización es posible por medio del computador a través de distintos softwares, obteniendo soluciones en un corto tiempo.

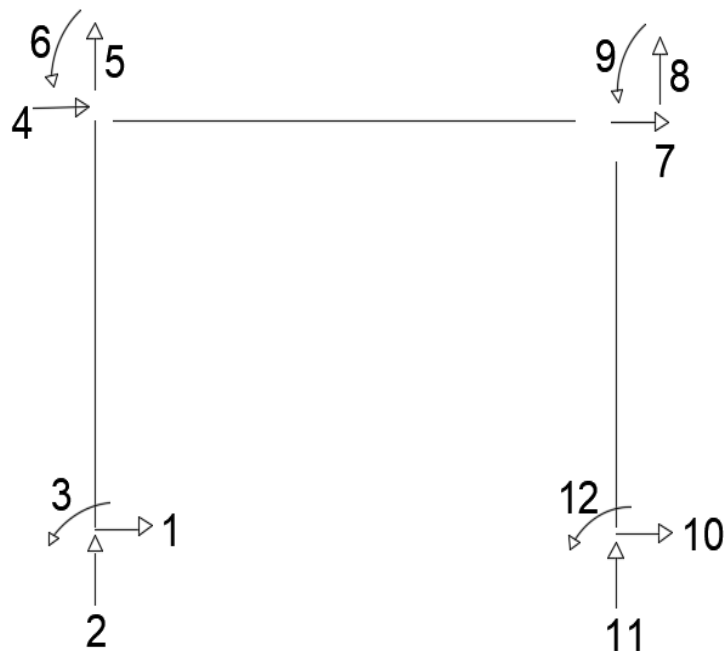
En este apartado se explicarán conceptos del cálculo matricial, puesto que son utilizados en la formulación del método de elementos finitos. Según Oñate (2009), los conceptos básicos son los siguientes:

- a) Discretización, elementos y nudos: para el análisis, se supone que la estructura está compuesta por una serie de barras prismáticas que admiten la idealización de la resistencia de materiales. Estas barras o elementos se unen en una serie de puntos llamados nudos. Cabe mencionar que las ecuaciones de resistencia de materiales se aplican a cada uno de los elementos, llegando a expresarse el comportamiento de cada punto o sección de éste en función del comportamiento de los extremos del elemento; ello permitirá relacionar unos elementos con otros a través de los nudos, y finalmente simular toda la estructura. De esta forma, se pasa de una solución continua (desplazamientos y esfuerzos en todos los puntos de la estructura) a una solución discreta (desplazamientos y esfuerzos en los nudos extremos de cada elemento). Los conceptos mencionados anteriormente se pueden apreciar en la ilustración 16.



*Ilustración 16: Identificación de elemento y nudo en la estructura  
Fuente: Propia*

- b) Grados de libertad y coordenadas: La idea de discretización anterior puede formalizarse diciendo que los puntos de la estructura han pasado de un número infinito de grados de libertad a uno finito; se entiende por grado de libertad de un punto al número de coordenadas que se necesita fijar para que su movimiento quede determinado. Específicamente, en las ecuaciones utilizadas en este método de cálculo se tendrá en cuenta solo los grados de libertad de los nudos, expresándose a partir de ellos lo que ocurre en otro punto de la estructura. Cabe señalar que, dependiendo de la hipótesis de cálculo considerada, los grados de libertad se pueden asociar no sólo a un punto sino a una estructura y/o elemento. Además de esto, existirán tantos desplazamientos, giros y fuerzas externas posibles como grados de libertad, pudiéndose hablar en general del grado de libertad de un nudo o los grados de libertad de un elemento, estructura o parte de ella. En la ilustración 17 se puede apreciar un pórtico donde se identifican sus grados de libertad.

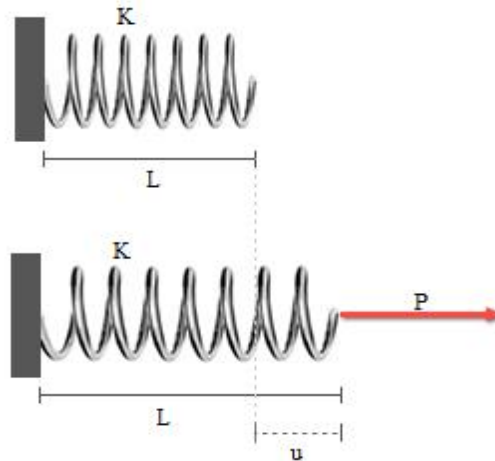


*Ilustración 17: Pórtico con sus grados de libertad  
Fuente: Propia*

- c) Matriz de rigidez: El concepto intuitivo de rigidez nos dice que los desplazamientos que se producen en una estructura serán menores si ésta es más rígida. Un modelo simplificado para entender lo anterior es un resorte (ilustración 18) sometido a una fuerza  $P$  que produce un alargamiento  $u$ , siendo

$$P = K * u \quad \text{Ec.( 3)}$$

donde K es la constante de rigidez del resorte. Así, K corresponde a la idea intuitiva que cuando es grande, una cierta fuerza P produce pequeños desplazamientos.



*Ilustración 18: Identificación de los parámetros que actúan en la deformación de un resorte*  
Fuente: Propia

En efecto, la idea anterior se puede extender a una estructura (como la de la ilustración 17) generalizando los conceptos de fuerzas y desplazamientos; para ello los desplazamientos son representados por el vector  $u$  y las fuerzas mediante el vector  $F$ , cada uno con  $n$  componentes. Estos vectores están relacionados por la rigidez de la estructura, la que será definida por una matriz cuadrada  $K$  del orden del número de grados de libertad de la estructura, tanto los vectores como la matriz poseen la misma relación de la ecuación 3, por ende, queda definida de la siguiente manera (Ec.4):

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ \vdots \\ F_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & \cdots & K_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n1} & \cdots & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} \quad \text{Ec.(4)}$$

- d) Principio de los trabajos virtuales: establece que si inventamos un campo de desplazamientos  $u(x)$ ; llamado campo de desplazamiento virtual, que es compatible con los enlaces existentes que impiden el movimiento de sólido rígido, se cumplirá que el trabajo virtual externo y el trabajo virtual interno serán iguales.

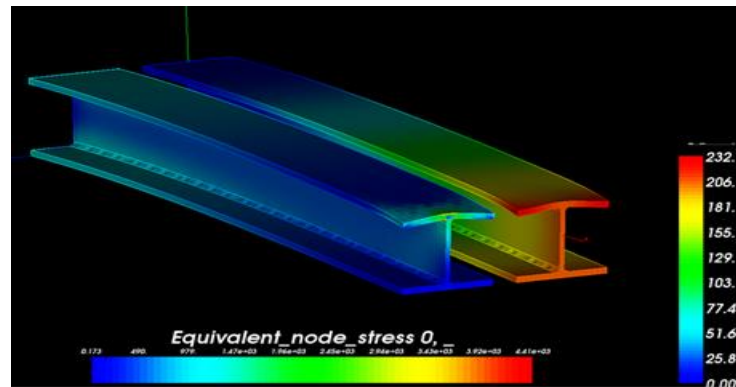
En conclusión, el análisis matricial se basa en discretizar la estructura en varios elementos e identificar los nudos; que es donde se aplican las fuerzas y se producirán los desplazamientos, para luego ensamblar la matriz de rigidez, en donde cada uno de los elementos que forman la estructura aporta rigidez. Por último, se resuelve la ecuación matricial encontrando los valores de los desplazamientos y/o fuerzas desconocidas.

### 2.5.2 Método de elementos finitos

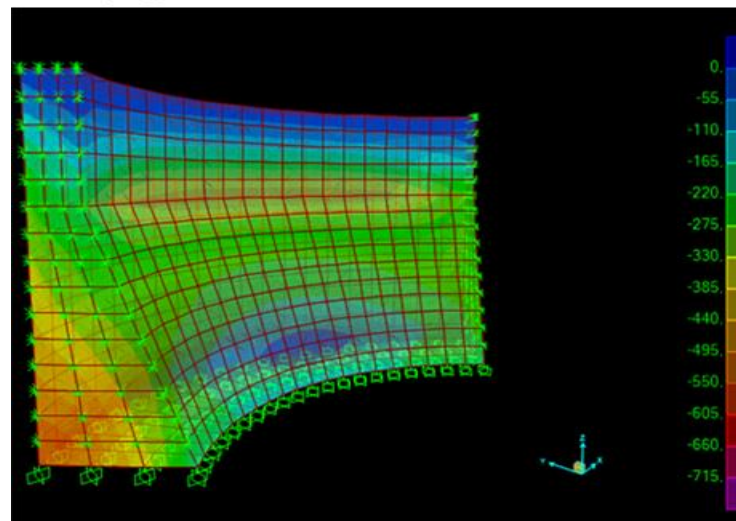
La principal idea del MEF es la división de un medio continuo en un número finito de elementos (discretización), cuyo comportamiento queda determinado al atribuir una serie de parámetros a los nodos de los elementos en que ha sido dividido. En este sentido, los parámetros de interés son los mismos que en el análisis matricial (tensiones, desplazamientos, giros, etc.) y se resuelven de forma aproximada en los nodos, para luego interpolar al resto del elemento mediante funciones de forma.

Dentro de este marco, la principal ventaja del MEF es que permite transformar un problema de gran complejidad analítica en un problema matricial simplificado. Según Oñate (2009), este método en general se puede dividir en las siguientes etapas:

1. Seleccionar un modelo matemático apropiado para describir el comportamiento de la estructura. También, se debe definir con detalle las propiedades mecánicas de los materiales y carácter de la deformación.
2. Una vez definido el modelo matemático se discretiza la estructura en porciones sin que se intercepten entre sí; las que se denominan elementos finitos. Dentro de estos se interpolan las variables principales, en función de los valores de sus nodos situados en los contornos. Hay que mencionar además que la malla de elementos finitos puede estar constituida por elementos de diferente geometría, por ejemplo, bidimensionales acoplados con otros unidimensionales. De esta manera, esta etapa de discretización constituye una parte esencial de la fase de pre-proceso, en la que se incluye además la representación gráfica de la malla de elementos finitos. En la ilustración 19 se pueden apreciar dos estructuras distintas modeladas con MEF, siendo la 19a dos vigas simuladas en el espacio (3D). Por otro lado, en la ilustración 19b se puede ver una represa modelada en el espacio (3D) y, debido a su forma, la geometría de la malla se debió adaptar a la estructura utilizando más de una figura geométrica.



a) vigas 3D simuladas en software Salomé



b) represa 3D simulada en software SAP2000

*Ilustración 19: Estructuras simuladas con Método de Elementos Finitos  
Fuente: Propia*

3. A partir de la expresión del principio de los trabajos virtuales se obtienen las matrices de rigidez y vector de cargas para cada elemento.
4. Se ensambla la matriz de rigidez global de toda la malla de elementos finitos y el vector de cargas sobre los nodos.
5. Se resuelve el sistema de ecuaciones (Ec.4) para calcular los movimientos de todos los nodos de la malla.
6. Teniendo estimados los movimientos nodales, se pueden calcular las deformaciones y seguidamente las tensiones en cada elemento, así como las reacciones en los nodos con movimiento prescrito.
7. Obtenidos los resultados, se deben interpretar y representar. Para ello, se suelen usar técnicas gráficas.

8. Como última etapa se debe estudiar los resultados y plantearse si se deben realizar modificaciones en alguna de las etapas anteriores. Por ejemplo, la malla de elementos finitos utilizada en el análisis puede ser muy tosca para reproducir la distribución de desplazamientos o tensiones correcta, por lo que debe refinarse o utilizar otro tipo de elemento finito más preciso.

### 2.5.2.1 Formulación directa de las características de un elemento finito

Como se ha mencionado anteriormente el MEF es un método potente para la resolución de problemas en ingeniería, para ello utiliza variadas expresiones matemáticas. A continuación, se verá lo más relevante de la formulación de este método según lo planteado por Taylor y Zienkiewicz (1994):

1. Función desplazamiento: un elemento finito típico se define por sus nodos y por su contorno formado por líneas rectas, aproximadamente los desplazamientos  $u$  de cualquier punto del elemento se define mediante el siguiente vector columna:

$$u = \sum_k^n N_k a_k = [N_1, \dots, N_n] \begin{Bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{Bmatrix} = Na \quad \text{Ec. (5)}$$

donde las componentes de  $N$  son en general funciones de posición dadas y  $a$  es un vector formado por los desplazamientos nodales del elemento considerado. Cabe mencionar que las funciones  $N$  se definen como funciones de forma y son decisivas en este método de análisis, puesto que de ellas depende el nivel de exactitud de la solución del problema.

2. Deformaciones: una vez conocidos los desplazamientos para todos los puntos del elemento, pueden determinarse las deformaciones en cualquier punto. Éstas darán siempre una relación que puede escribirse de forma matricial como:

$$\varepsilon = Su \quad \text{Ec. (6)}$$

donde S es un operador lineal<sup>6</sup> apropiado, vale decir, calcula las derivadas de las funciones de forma. Por medio de la ecuación 5 la expresión de la ecuación 6 puede aproximarse como:

$$\varepsilon = Ba \tag{Ec. (7)}$$

donde B se obtiene al aplicar el operador lineal S a las funciones de forma N.

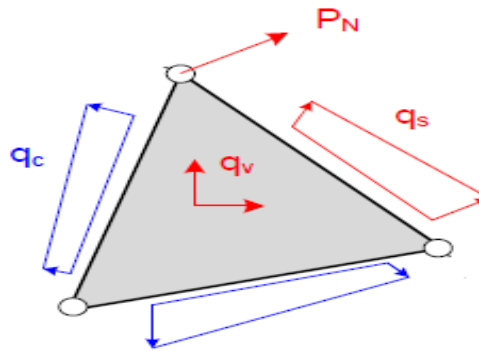
3. Tensiones: en general, el material contenido dentro del contorno del elemento puede estar sujeto a deformaciones iniciales. Estas deformaciones se representan por  $\varepsilon_0$  y las tensiones se deberán a la diferencia entre las deformaciones reales y las iniciales.

Otra consideración que se debe tener en cuenta al comienzo del análisis es que el cuerpo puede estar sometido a un sistema conocido de tensiones iniciales  $\sigma_0$ . Estas tensiones pueden añadirse a la ecuación general. Así pues, la relación entre tensiones y deformaciones será lineal de la forma:

$$\sigma = D(\varepsilon - \varepsilon_0) + \sigma_0 \tag{Ec. (8)}$$

donde D es la matriz de elasticidad que contiene las propiedades del material.

4. Ecuación de equilibrio de un elemento: una vez definidos los conceptos anteriores se procede a realizar el equilibrio de un elemento finito. Considerando un elemento finito cualquiera, las fuerzas que generalmente actúan sobre él se pueden apreciar en la ilustración 20.



*Ilustración 20: Fuerzas actuantes sobre un elemento finito  
Fuente: Propia*

---

<sup>6</sup> Operador lineal es una continua transformación lineal entre espacios vectoriales.



donde  $q_v$  corresponde a las fuerzas exteriores de volumen aplicadas en el interior del elemento,  $q_s$  son las fuerzas exteriores superficiales que son aplicadas en el contorno libre del elemento,  $q_c$  corresponde a las fuerzas interiores aplicadas en la superficie del contorno de unión con los demás elementos y  $P_n$  es la fuerza exterior aplicada en los nudos de elemento.

De esta manera, al aplicar el principio de los trabajos virtuales al elemento de la ilustración 20 y realizando operaciones algebraicas se llega a la siguiente expresión:

$$\int B^T DB dv \delta = \int N^T q_v dv + \int N^T q_s ds + \int B^T D \varepsilon_0 dv - \int B^T \sigma_0 dv + P_c + P_n \quad Ec. (9)$$

La expresión de la ecuación 9 es la expresión final de equilibrio del elemento finito considerado, en este se pueden identificar los siguientes términos:

- Matriz de rigidez del elemento finito:

$$K = \int B^T DB dv \quad Ec. (10)$$

- Vector de fuerzas nodales equivalentes a las fuerzas actuantes por unidad de volumen:

$$P_v = \int N^T q_v dv \quad Ec. (11)$$

- Vector de fuerzas nodales equivalentes a las fuerzas exteriores de superficie:

$$P_s = \int N^T q_s ds \quad Ec. (12)$$

- Vector de fuerzas nodales equivalentes producidas por las deformaciones iniciales existentes en el material:

$$P_T = \int B^T D \varepsilon_0 dv \quad Ec. (13)$$

- Vector de fuerzas nodales equivalentes debidas a las tensiones iniciales existentes en el material:

$$P_b = - \int B^T \sigma_0 dv \quad Ec. (14)$$

- Fuerzas distribuidas interiores producidas en el contorno de unión con los elementos vecinos  $P_c$ .

La formulación presentada anteriormente corresponde a un elemento aislado, es decir, es el análisis por MEF de uno de los elementos que conforman la malla. Por lo tanto, para poder analizar la estructura completa se debe ensamblar de forma muy similar al cálculo matricial.

### 2.5.3 Método de elementos finitos extendido

El método extendido de los elementos finitos (XFEM) es una técnica utilizada para resolver problemas singulares de mecánica de fractura. Este método permite de manera sencilla la construcción de aproximaciones de elementos finitos capaces de reproducir con precisión la solución de problemas con comportamientos singulares. Asimismo, el método propone enriquecer la base de elementos finitos, tal que el espacio de la aproximación sea más cercano o contenga al espacio de la solución. A continuación, se verá la formulación de este método y su aplicación en el modelado de grietas (Khoei, 2015).

#### 2.5.3.1 Partición de la unidad

El concepto de partición de unidad (PU) se puede utilizar para proporcionar un marco matemático para el desarrollo de una solución enriquecida, cuyo fin es mejorar la aproximación de la discretización basada en las propiedades del problema. De esta forma, el espacio de imitación empleado para resolver el problema se mejora incorporando el comportamiento de los fenómenos iniciados. En este sentido, la solución enriquecida se puede obtener básicamente aumentando el orden de integridad que da como resultado mayor precisión de la aproximación, al incluir la información obtenida de la solución analítica (Khoei, 2015).

Aunado a lo anterior, la partición de unidad es la base del desarrollo del método extendido de los elementos finitos. Según Khoei (2015), la partición de unidad se define como el conjunto de  $m$  funciones  $f_k(x)$  dentro de un dominio  $\Omega_{pu}$ , tal que se cumple:

$$\sum_{k=1}^m f_k(x) = 1 \quad \text{Ec. (15)}$$

En el XFEM, esta propiedad es utilizada para introducir información del problema conocida a priori, en el espacio de aproximación mediante funciones de enriquecimiento. Cabe destacar que en el enfoque MEF, la colección de funciones de forma (N) suele ser una PU. Así, basado en el concepto de PU, el campo de soluciones  $u(x)$  se puede discretizar sobre el dominio del problema tomando  $f_i \equiv N_i(x)$  como:

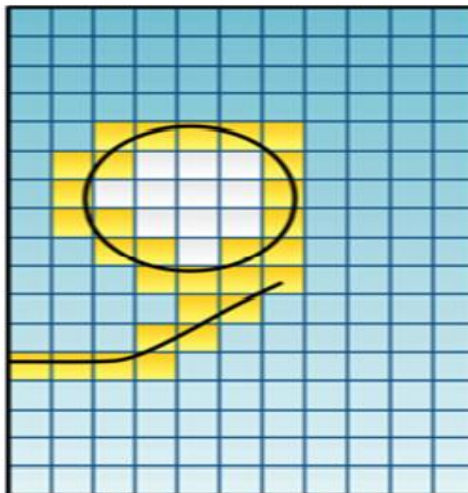
$$\sum_{k=1}^m N_i(x)u_i \tag{Ec. (16)}$$

donde N es el número de puntos nodales para cada elemento finito.

Dicho lo anterior, la incorporación del enriquecimiento local en un espacio de aproximación se basa en la multiplicación de funciones de enriquecimiento, mediante funciones de forma nodal. Por ello, la aproximación del MEF enriquecido se puede definir como:

$$u(x) = \sum_{i=1}^m N_i(x)u_i + \sum_{i=1}^n N_i(x) \left( \sum_{j=1}^n p_j(x)a_{ij} \right) \tag{Ec. (17)}$$

donde los grados de libertad nodales estándar están relacionados con la base  $N_i(x)$  y  $a_{ij}$  son los grados de libertad mejorados relacionados con la base  $p_j(x)$ , con n indicando el número de funciones de enriquecimiento para el nodo i. Cabe señalar que el término estándar se refiere al campo de interpolación utilizado de fondo, sobre el que se superpone el campo de interpolación mejorado. En la ilustración 21, se puede apreciar que los elementos finitos con color azul son los que tienen la base estándar, mientras que los de color amarillo están enriquecidos.



*Ilustración 21: Elemento con malla estándar y enriquecida*  
 Fuente: (Khoei, 2015)

### 2.5.3.2 Base de la aproximación XFEM

Como se ha mencionado, el XFEM es un potente método de análisis de problemas con singularidades, ya que simula las discontinuidades débiles y fuertes con funciones de enriquecimiento. Específicamente en el XFEM, las discontinuidades no se consideran en la generación de mallas y las funciones especiales, que dependen de la naturaleza de la discontinuidad, se incluyen en la aproximación del elemento finito. El objetivo de esta técnica es simular las discontinuidades con mínimo enriquecimiento, por lo que es ideal para simular y analizar problemas que presenten grietas (Khoei, 2015).

Para comprender mejor el concepto de discontinuidad y enriquecimiento que se realiza en el método XFEM se utilizará la ilustración 22. En la ilustración 22a, se puede apreciar un elemento que presenta dos singularidades. Al realizar una aproximación mediante MEF al elemento, se puede hacer que la malla sea discontinua a lo largo de la singularidad, tal como está representado en la ilustración 22b, en la que los bordes del elemento se alinean con las singularidades. Ahora bien, el problema del MEF es que a pesar de que genera la singularidad en la malla, no se va a modificar o propagar cuando la singularidad cambie, como es el caso de una grieta que con el tiempo se propaga. En otras palabras, producida la propagación y utilizando MEF se deberá remallar cada vez que se presente una modificación en la singularidad por los cambios tensionales que se producen. Por otra parte, al utilizar XFEM se modela con funciones de enriquecimiento en los nodos y elementos vecinos a la singularidad con las que la malla uniforme es capaz de modelar la singularidad, tal como se aprecia en la ilustración 22c (Khoei, 2015).

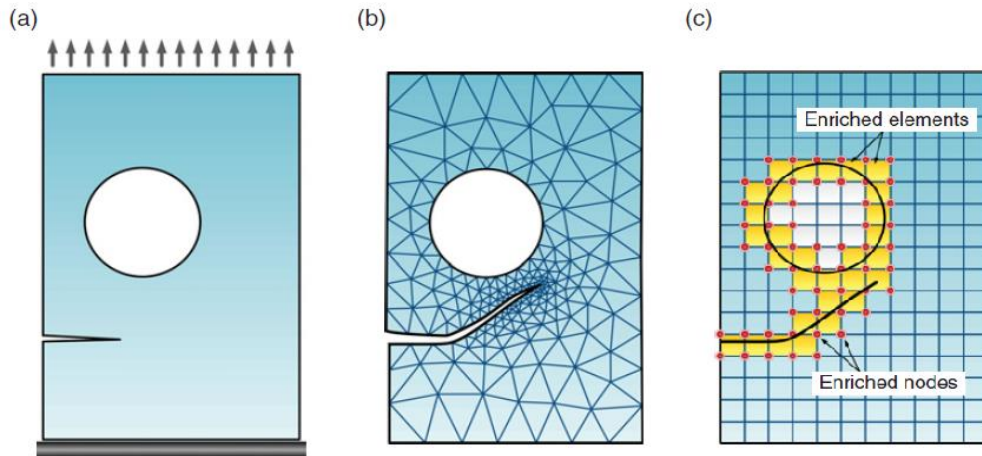


Ilustración 22: Modelo de un elemento con discontinuidad  
Fuente: (Khoei, 2015)

#### 2.5.4 Software de análisis de elementos finitos: Salomé-Meca

El programa Salomé-Meca es un software libre que integra un preprocesador, un código de elementos finitos y herramientas para el post análisis. A continuación, se presenta el código de elementos finitos y la interfaz gráfica que utiliza.

#### 3.1 Code\_Aster

Code\_Aster es la abreviación de “*Analysis of Structures and Thermomechanics for Studies and Research*”, este es un software gratuito y de código abierto para el análisis de elementos finitos y simulación numérica en mecánica estructural, desarrollado por Électricité de France (EDF).

Utilizando la teoría de los elementos finitos, esta herramienta tiene muchas aplicaciones, por ejemplo, análisis térmico 3D, análisis mecánicos estáticos y dinámicos con comportamiento lineal y no lineal, etc. Más allá de las funcionalidades estándar de un software de elementos finitos para la mecánica de sólidos, el Code\_Aster es utilizado para desarrollar investigaciones específicas en diversos campos, entre los que destaca el daño por fatiga, la mecánica de fractura y el contacto entre sólidos.

El desarrollo del software comenzó en el año 1989, sin embargo, no fue hasta el año 2001 cuando EDF decidió liberarlo bajo los términos de licencia pública general de GNU. Dentro de este marco, el Code\_Aster programa una gran cantidad de líneas de código fuente; la mayoría es en lenguaje Fortran y Python. Además, constantemente se está desarrollando y actualizando con nuevos modelos.

Atendiendo a las consideraciones anteriores, Code\_Aster es un software muy complejo con una interfaz de usuario poco intuitiva, por ello la primera toma de contacto es difícil. Adicionalmente, este programa no proporciona ninguna herramienta para el pre o post procesamiento, tal que esta tarea es realizada por otros softwares específicos para esas funciones, por ejemplo, Salomé; que también se encuentra bajo licencia GNU.

### 3.2 Salomé

Salomé es un software de código abierto que proporciona una plataforma genérica para el pre y post procesamiento de simulaciones numéricas. En este sentido, se basa en una arquitectura abierta y flexible, que ofrece al usuario la capacidad de configurar los módulos instalados. Hay que mencionar además que combinándolo con el paquete de Code\_Aster, se forma un software más completo denominado Salomé-Meca.

Aunado a lo anterior, Salomé se basa en un modelo de componentes construidos sobre el estándar CORBA<sup>7</sup> que actúa como una arquitectura que junta componentes independientes. Se pueden distinguir dos niveles diferentes dentro de su arquitectura:

- Nivel base: Incorpora funcionalidades centrales del KERNEL<sup>8</sup>, la interfaz gráfica de usuario y la gestión de los estudios. Estos servicios son manejados por el KERNEL y GUI<sup>9</sup>.
- Nivel de módulos: Aquí se encuentran los distintos componentes construidos sobre los servicios proporcionados por el nivel base. Para ejemplificar, realizan funciones específicas que se necesitan para alcanzar el objetivo general de Salomé.

---

<sup>7</sup> Common Object Request Broker Architecture (CORBA) permite que diversos componentes de software escritos en múltiples lenguajes de programación y que corren en diferentes computadoras, puedan trabajar juntos.

<sup>8</sup> KERNEL es el principal responsable de facilitar a los distintos programas acceso seguro al hardware del computador.

<sup>9</sup> GUI se trata de un programa informático que actúa de interfaz de usuario, utilizando un conjunto de imágenes y objetos gráficos para representar la información y acciones disponibles en la interfaz.

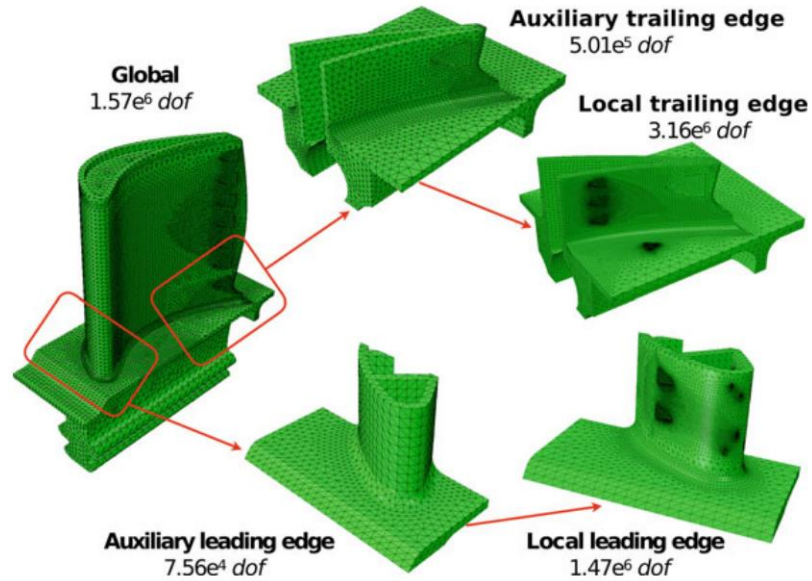
## CAPÍTULO III: DESARROLLO DEL TRABAJO

En este capítulo se verá todo el planteamiento y desarrollo del problema que será resuelto utilizando la metodología no intrusiva con modelos simplificados, es decir, el diseño del pórtico, análisis lineal (global), análisis de crecimiento de grietas (local) y acoplamiento de ambos análisis.

### 3.1 Metodología

En el último tiempo se han desarrollado variadas técnicas de modelado y solución en el campo de la mecánica computacional con el fin de poder resolver análisis estructurales. Algunas de las técnicas son el enriquecimiento de elementos finito y modelado multiescala, las que permiten realizar simulaciones complejas fuera del alcance del método de elementos finitos. Si bien dichas técnicas han demostrado su rendimiento en aplicaciones académicas, existe poca aplicación en casos industriales reales, por lo tanto, si se desea reemplazar las pruebas experimentales de la industria con simulación, esta última debe tener verificación y ser eficaz. En general, el desarrollo de modelos requiere un alto costo en tiempo y recursos computacionales, además de necesitar métodos para vincular modelos a varias escalas (Gosselet et al., 2018).

Según lo mencionado antes, es alta la confianza que se tiene en la simulación computacional para resolver problemas de análisis de estructuras al punto que es necesario reducir los costos computacionales. Una técnica que se ha propuesto para mejorar la eficiencia es el análisis iterativo global-local, en el que se utiliza un modelo global aproximado para obtener condiciones de contorno apropiadas en la zona de acoplamiento y que son impuestas al modelo local, resolviendo este último de forma independiente (Whitcomb, 1991). En la Ilustración 23, se puede apreciar como el modelo global se descompone en modelos locales que representan solo una parte de la estructura y cuyo análisis se debe realizar de forma independiente con la característica de que el modelo local al ser una zona de interés se debe resolver de forma más detallada (malla fina) comparada con el global (malla gruesa).



*Ilustración 23: Descomposición de estructura en modelo local y global*  
 Fuente: (Gosselet et al., 2018)

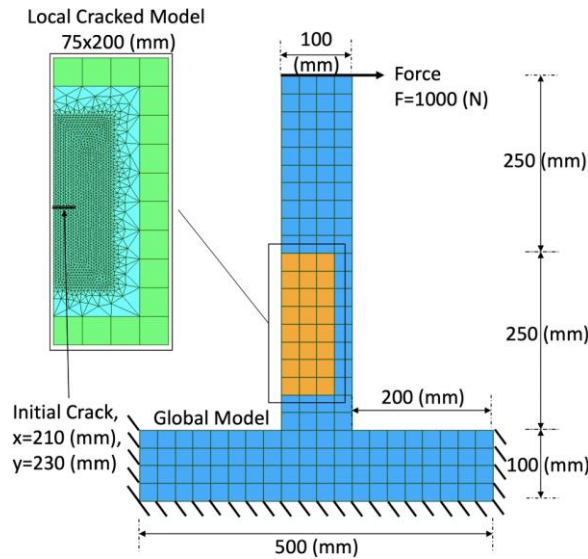
La técnica global-local es una opción para implementar un análisis no intrusivo, pudiendo definir detalles localizados no lineales en el modelo local sin alterar el modelo global, pero generando un acoplamiento entre ambos mediante una zona de interfaz. El acoplamiento puede ser mediante condiciones de Dirichlet y Neumann, también conocidos como primal-dual y se traduce en la imposición de desplazamientos obtenidos de la resolución del modelo global e impuestos en el modelo local, mientras que del modelo local se obtienen las fuerzas y son impuestas en el modelo global resolviendo de forma iterativa hasta que ocurra una convergencia del problema. Otra forma de realizar el acoplamiento de los modelos es mediante un modelo mixto en donde se utilizan los parámetros de Robin en la interfaz para resolver el problema, con la finalidad de evitar la inexactitud del problema debido al principio de St. Venant<sup>10</sup> (Fuenzalida-Henríquez et al., 2022).

En el artículo de Passieux et al. (2013) se propone un algoritmo de resolución mediante un análisis global-local no intrusivo utilizando modelos 2D, mientras que en el trabajo realizado por Fuenzalida-Henríquez et al. (2022), se propone en modelos 2D y 3D, además en ambos se

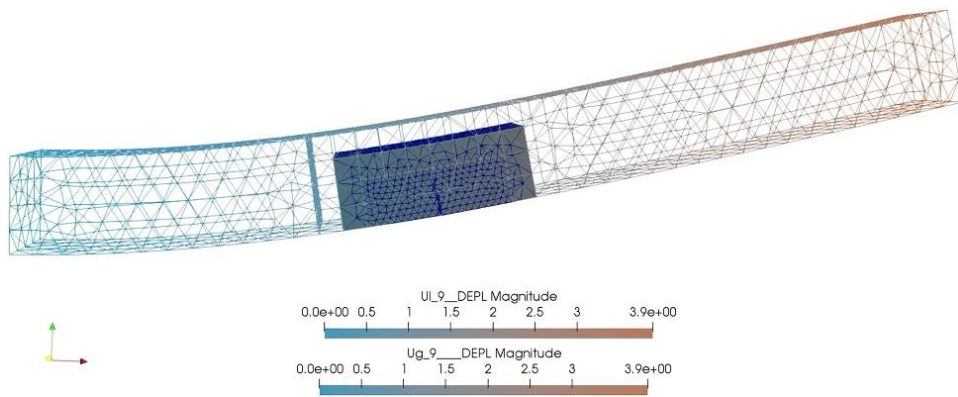
<sup>10</sup> Este principio establece que a partir de una distancia suficiente de los puntos de la superficie de un sólido elástico en los que está aplicado un determinado sistema de fuerzas, las tensiones y deformaciones son prácticamente iguales para todos los sistemas de fuerzas que sean estáticamente equivalentes al dado.



discretizó el problema en distintos tamaños de malla. En otras palabras, se acoplaron modelos 2D con 2D y 3D con 3D como se muestra en la Ilustración 24 e Ilustración 25 respectivamente.



*Ilustración 24: Modelo global-local no intrusivo 2D*  
 Fuente: (Fuenzalida-Henríquez et al., 2022)



*Ilustración 25: Modelo global-local no intrusivo 3D*  
 Fuente: (Fuenzalida-Henríquez et al., 2022)

En este trabajo se propone implementar un análisis global-local con metodología no intrusiva y modelos simplificados, es decir, acoplamiento 1D (modelo global) y 3D (local) considerando la propagación de grietas en el modelo local utilizando las condiciones de interfaz primal-dual, cuyo algoritmo se puede apreciar en la Ilustración 26. Para esto se considera una estructura porticada de acero que contará con dos pilares y una viga, la que tendrá aplicada una carga en sentido axial. A continuación, se describirán los pasos a seguir para implementar la metodología en un problema sin grieta y luego con grieta.

---

**Algorithm 1** Global/Local Primal-Dual Solution

---

- 1: Initialize interface vector  $\mathbf{P}^0 = 0$
  - 2: Initialize error  $\eta = 1$  and tolerance  $tol$
  - 3: Start iterations,  $n = 0$
  - 4: **while**  $\eta > tol$  **do**
  - 5:     Solve the global problem:
 
$$\text{Find } \mathbf{u}_G^{n+1}, \mathbf{K}_G \mathbf{u}_G^{n+1} = \mathbf{f}_d^G + \mathbf{C}_G^T \mathbf{P}^n$$
  - 6:     Solve the auxiliary problem to compute  $\lambda_A^{n+1}$ :
 
$$\text{Find } (\mathbf{u}_A, \lambda_A^{n+1}), \begin{bmatrix} \mathbf{K}_A & \mathbf{C}_A^T \\ \mathbf{C}_A & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_A \\ -\lambda_A^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_d^A \\ \mathbf{C}_G \mathbf{u}_G^{n+1} \end{bmatrix}$$
  - 7:     Solve the local problem:
 
$$\text{Find } (\mathbf{u}_L^{n+1}, \lambda^{n+1}), \begin{bmatrix} \mathbf{K}_L & \mathbf{C}_L^T \\ \mathbf{C}_L & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_L^{n+1} \\ \lambda^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_d^L \\ \mathbf{C}_G \mathbf{u}_G^{n+1} \end{bmatrix}$$
  - 8:     Compute the new  $\mathbf{P}^{n+1}$ :
 
$$\mathbf{P}^{n+1} = \lambda_A^{n+1} + \lambda^{n+1}$$
  - 9:     Calculate the residual of the iteration  $\mathbf{r}^{n+1} = \mathbf{P}^{n+1} - \mathbf{P}^n$
  - 10:     Update the new  $\mathbf{P}^{n+1}$  including relaxation factor  $\mu$ :
 
$$\mathbf{P}^{n+1} = \mu \mathbf{P}^{n+1} + (1 - \mu) \mathbf{P}^n$$
  - 11:     Estimate the error of the iteration step as  $\eta = \|\mathbf{r}^{n+1}\|_2 / \|\mathbf{r}^0\|_2$
  - 12:     Verify convergence criteria:  $\eta < tol$
- 

*Ilustración 26: Algoritmo análisis global-local primal-dual*  
*Fuente: (Fuenzalida-Henríquez et al., 2022)*

El primer paso es diseñar el pórtico en el que se quiere implementar el análisis descrito. Cabe mencionar que, el perfil utilizado será cuadrado para los tres elementos mencionados anteriormente y las uniones entre ellos se considerarán rígidas.

Considerando lo anterior, se procederá a resolver el problema estático lineal con un modelo simple (1D), mediante el software Code\_Aster. Para este análisis se discretizará la estructura en 6 nodos y 5 barras, pues la viga será segmentada en 3 barras y uno de esos segmentos se utilizará para hacer el modelo local. Es decir, con el análisis se buscan los valores de los esfuerzos internos (axial, cortante y momento), desplazamientos y giros en los nodos de la barra que será agrietada.

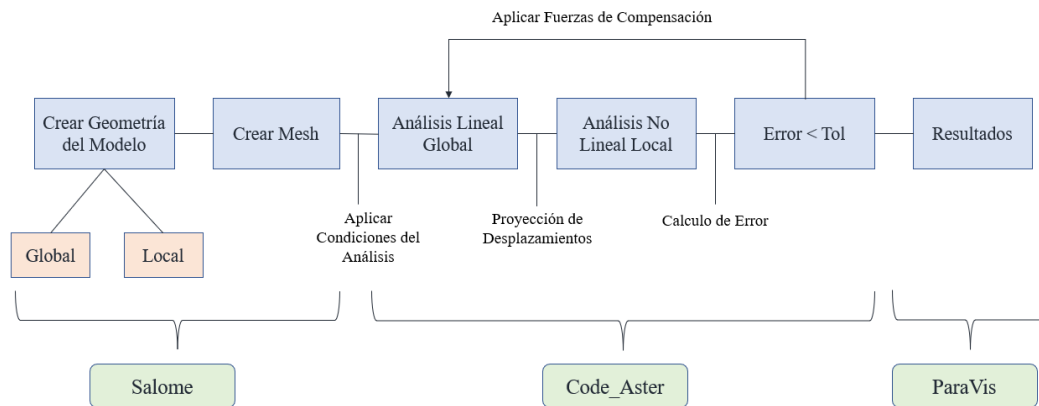
Posteriormente, al tener los esfuerzos internos y desplazamientos en los nodos de interés, se analizará el modelo local (3D) con XFEM mediante el software Code\_Aster, obteniendo los valores de los desplazamientos que luego serán transformados a esfuerzos, para comparar con los obtenidos del análisis del modelo simple.

Al tener los dos análisis realizados por separado se realizará un código para conectar los modelos global y local. Este código funcionará como un motor, es decir, es el que hará que

funcione la metodología no intrusiva calculando una fuerza residual obtenida de la comparación de resultados del modelo simple y local, este valor se utilizará para estimar un error. Al producirse un error mayor que la tolerancia<sup>11</sup>, se da paso a la siguiente iteración, en donde la fuerza residual se traspasa al modelo simple y se vuelve a resolver de la misma forma hasta obtener un error menor o igual a la tolerancia, lo que indicaría que el problema converge.

El procedimiento indicado será aplicado en primera instancia al pórtico sin presentar una grieta, para luego ser aplicado a un problema con grieta. El problema con grieta considera distintos largos del modelo local y posiciones de iniciación de la grieta, con la finalidad de ver su influencia en la convergencia del problema.

A continuación, se muestra un esquema representativo de la metodología que se utilizarán para implementar el análisis no intrusivo con modelos simplificados.



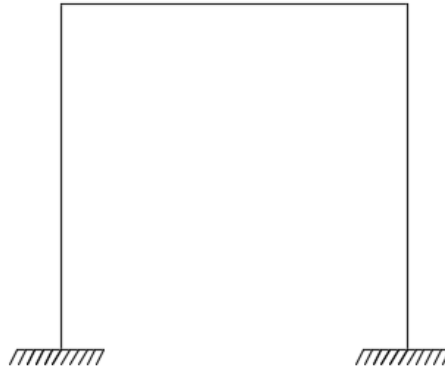
*Esquema 1: Representación de metodología de análisis no intrusivo primal-dual  
Fuente: Propia*

### 3.2 Casos de estudios

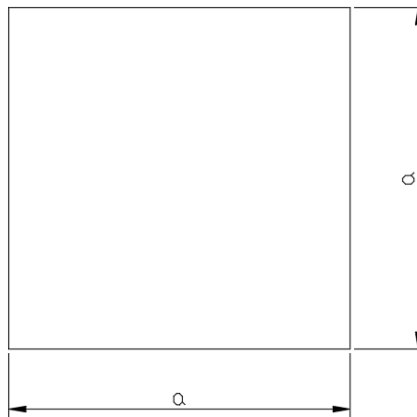
El pórtico de acero utilizado para el análisis está conformado por una viga (tres metros de largo) y dos pilares (dos metros de largo), cuyas uniones entre ellos se consideran rígidas, al igual que el apoyo de los pilares (Ilustración 27). Mientras que la sección de los elementos

<sup>11</sup> Tolerancia: valor cercano a cero establecido para saber hasta cuando se deben hacer iteraciones.

que conforman la estructura será cuadrada de doscientos milímetros de lado como lo muestra la Ilustración 28. El material utilizado en el caso de estudio es un acero con módulo de elasticidad y coeficiente de poisson de 200.000 MPa y 0,3 respectivamente.

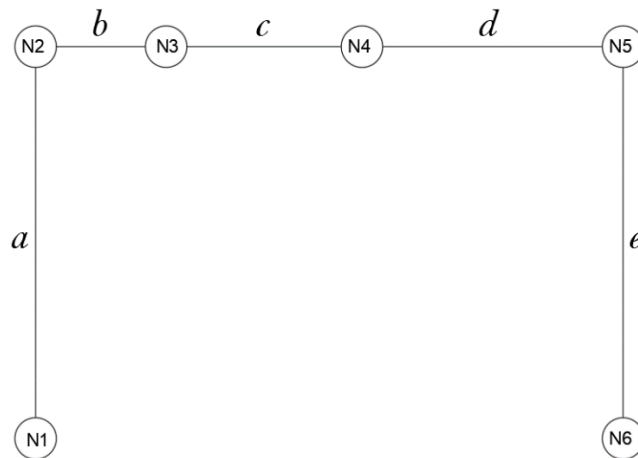


*Ilustración 27: Modelo simple del pórtico (1D)  
Fuente: Propia*



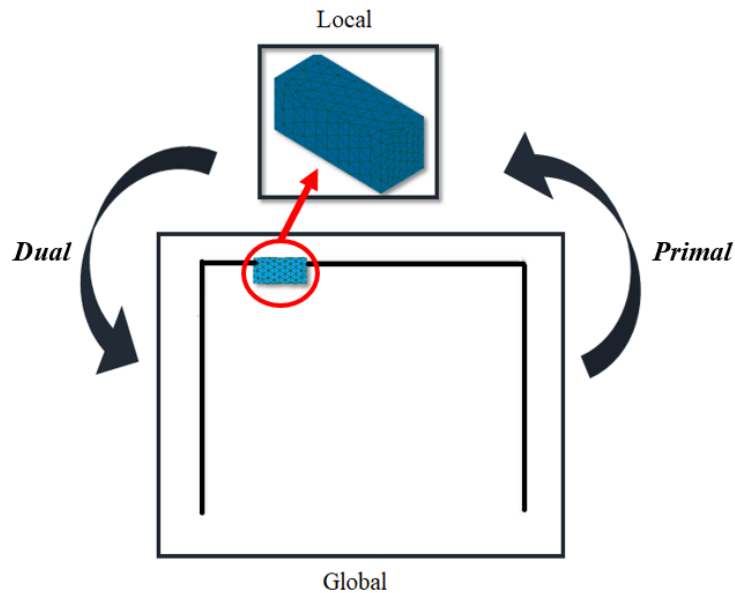
*Ilustración 28: Sección viga y pilar  
Fuente: Propia*

El pórtico anteriormente descrito será discretizado en seis nodos y cinco elementos, tal y como se aprecia en la Ilustración 29, donde el elemento “c” será el utilizado para generar el modelo local y los nodos 3 y 4 serán los puntos de interfaz para realizar el acoplamiento. Cabe mencionar que, el modelo simple del pórtico (global) se considera que tiene seis grados libertad ( $u_x, u_y, u_z, \theta_x, \theta_y, \theta_z$ ), mientras que el modelo local al ser 3D solo se consideran tres ( $u_x, u_y, u_z$ ).



*Ilustración 29: Discretización estructural porticada*  
*Fuente: Propia*

En la Ilustración 30, se puede apreciar la representación del problema global-local que se busca resolver, donde el modelo local es la representación 3D de la zona de interés del modelo global (encerrado en rojo). Además, las flechas indican las imposiciones de las condiciones de contorno en cada modelo, siendo primal los desplazamientos obtenidos del modelo global e impuesto al local y dual las fuerzas de compensación obtenidas en el modelo local e impuestas en el modelo global para obtener la convergencia del problema.



*Ilustración 30: Representación acoplamiento caso de estudio*  
*Fuente: Propia*

En la Tabla 1, se muestran los distintos casos que serán evaluados, siendo tres largos distintos y tres posiciones de la ubicación de la grieta para cada largo. La finalidad de los casos es poder terminar si ocurre una diferencia en la convergencia del problema al utilizar distintos largos y distintas posiciones de la grieta.

La ubicación de la grieta está referenciada según el sistemas de coordenadas definido al realizar las geometrías del modelo.

*Tabla 1: Largos del modelo local y ubicaciones de la grieta*

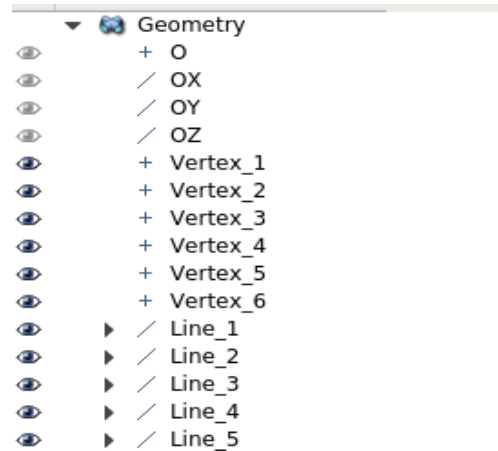
Largo Modelo Local	Ubicación Grieta		
	x	y	z
500	750	0	1900
500	750	0	1950
500	750	0	2000
750	750	0	1900
750	750	0	1950
750	750	0	2000
1000	750	0	1900
1000	750	0	1950
1000	750	0	2000
Unidades en milímetros			

### 3.3 Análisis no intrusivo con modelos simplificados

#### 3.3.1 Geometría y mallado modelo global

El problema lineal global se analizará utilizando el software Salomé-Meca, así la geometría y mallado utilizado en este modelo será realizado en el mismo software. A continuación, se explicarán los pasos realizados.

Lo primero que se realiza es generar la geometría que se requiere analizar. Como ya se ha definido antes, se utiliza un modelo de barras con uniones rígidas y discretizado como se muestra en la Ilustración 29, dicho modelo se realiza con el módulo geometry. Una vez abierto el módulo se utiliza la herramienta “create point” indicando las coordenadas de los seis nodos que componen la geometría, los que serán unidos con la herramienta “create a line” según el orden establecido con anterioridad, formando los cinco elementos. En la Ilustración 31, se ve la creación de los nodos y los elementos, cabe mencionar que esto se debe hacer para los tres casos de estudio (distinto largo del modelo local).



*Ilustración 31: Creación de nodos y elementos  
Fuente: Propia*

Una vez teniendo todos los elementos y nodos creados se utiliza la herramienta “Build Compound” para unir y generar una sola geometría que contenga todo lo creado anteriormente, tal y como se puede apreciar en la Ilustración 32.

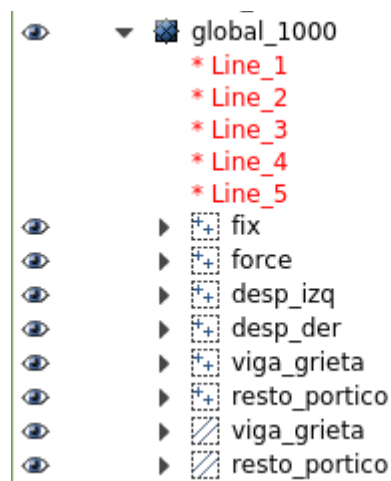


*Ilustración 32: Geometría global creada en Geometry  
Fuente: Propia*

El siguiente paso es crear los grupos donde se aplicarán las condiciones de borde y estado de carga del modelo global. Para esto se utiliza la herramienta “Create Group” generando los grupos mostrados en la Ilustración 33, siendo definidos de la siguiente manera:

- fix: nodos uno y seis, que representan los empotramientos.
- force: nodo dos, que es donde se aplicará la fuerza.

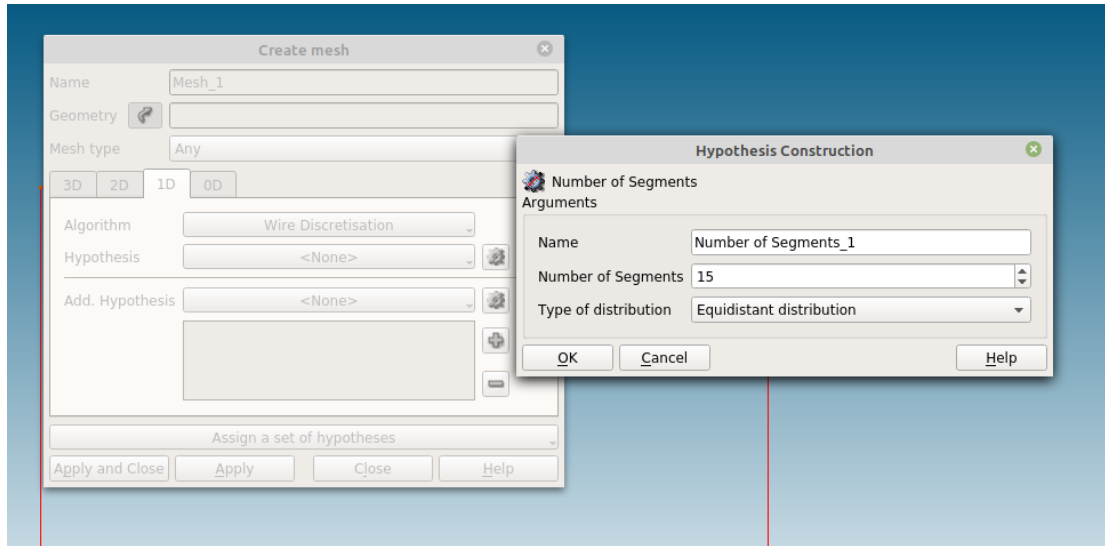
- desp\_izq y desp\_der: nodos tres y cuatro respectivamente, que indican los puntos donde comienza y termina el modelo local. Estos grupos serán utilizados para extraer los desplazamientos y fuerzas del modelo global, además de ser los puntos de aplicación de la fuerza de compensación.
- viga\_grieta (nodo): contiene los grupos desp\_izq y desp\_der.
- resto\_portico (nodo): contiene los nodos que no fueron definidos en ningún otro grupo.
- viga\_grieta (elemento): contiene el elemento que representa el modelo local.
- resto\_portico (elemento): contiene el resto de elemento de la estructura.



*Ilustración 33: Creación de grupos modelo global*  
 Fuente: Propia

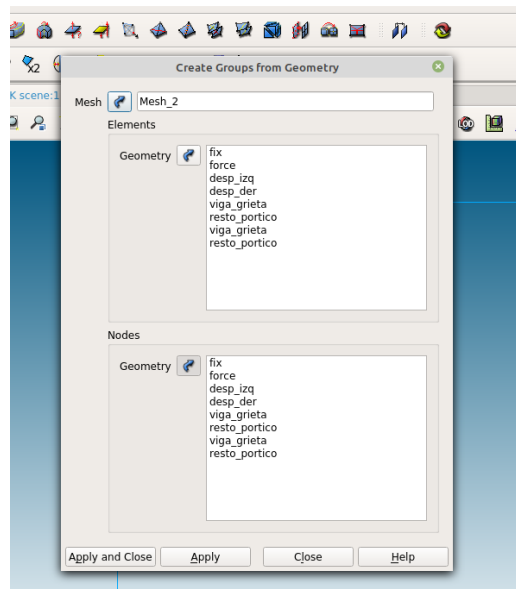
Al tener la geometría y los grupos creados se procede a pasar al módulo mesh para crear el mallado del modelo y pueda ser resuelto por Code\_Aster. Una vez cargada la geometría se selecciona la herramienta “Create mesh” y se selecciona el modelo realizado antes. Luego, se selecciona el tipo de mallado, que en el caso del modelo global es 1D con Hypothesis Construction dividida en quince segmentos, tal y como se aprecia en la Ilustración 34. Tras darle aceptar se debe seleccionar la malla creada y utilizar la opción computar.





*Ilustración 34: Creación de malla modelo global  
Fuente: Propia*

Una vez computada la malla se utiliza la herramienta “Create Groups from Geometry” y se seleccionan los grupos creados anteriormente para que sean creados en la malla del modelo. Lo anterior se puede apreciar en la Ilustración 35, mientras que en la Ilustración 36 se muestra el resultado de la malla creada para el modelo global. Cabe mencionar, que la malla del modelo quedó más fina en algunos elementos, porque el método de elementos finitos resuelve de forma exacta en los nodos de los elementos que se discretiza, por lo tanto, al tener más puntos otorga una mejor visualización de la deformada.



*Ilustración 35: Creación de grupos en la malla modelo global  
Fuente: Propia*

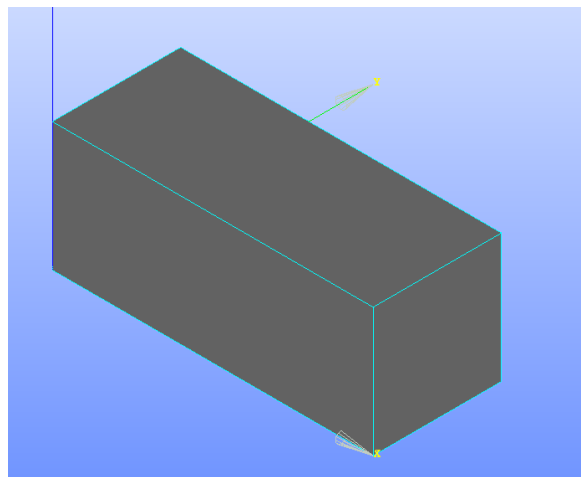


*Ilustración 36: Malla modelo global*  
*Fuente: Propia*

### 3.3.2 Geometría y mallado modelo local

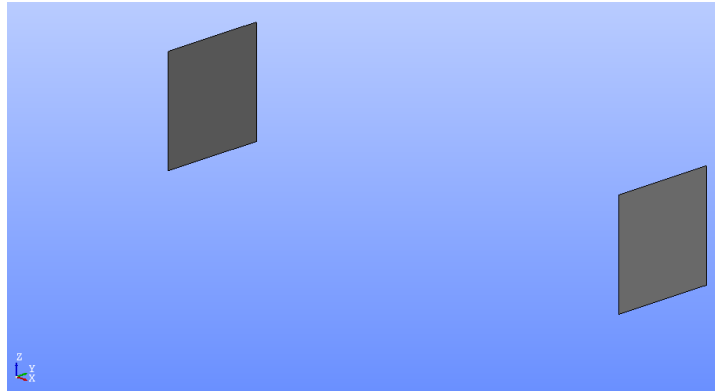
Al igual que el modelo global, la geometría y mallado del modelo local será realizado con el software Salomé-Meca utilizando los módulos de Geometry y Mesh.

Considerando que la sección es cuadrada y debe ser extruida para formar un hexaedro, se utiliza la herramienta “Create a box”, donde se colocan las dimensiones en las tres direcciones, dando como resultado la Ilustración 37. Cabe mencionar que este procedimiento descrito se debe realizar para los tres casos de estudio.



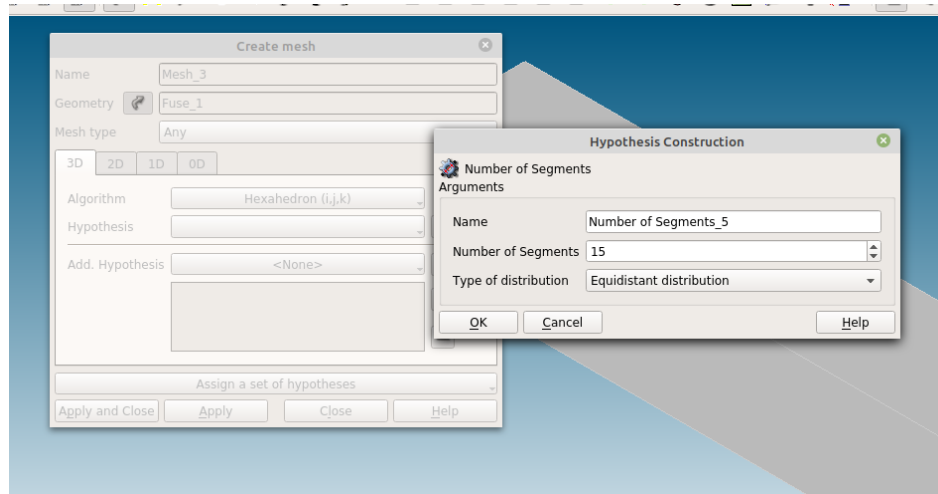
*Ilustración 37: Geometría modelo local*  
*Fuente: Propia*

El siguiente paso es crear los grupos donde se aplicarán las condiciones de borde. Para esto se utiliza la herramienta “Create Group” generando los grupos *desp\_izq* y *desp\_der* que corresponden a la sección izquierda y derecha del plano ZY respectivamente. En la Ilustración 38 se presenta visualmente los grupos creados.



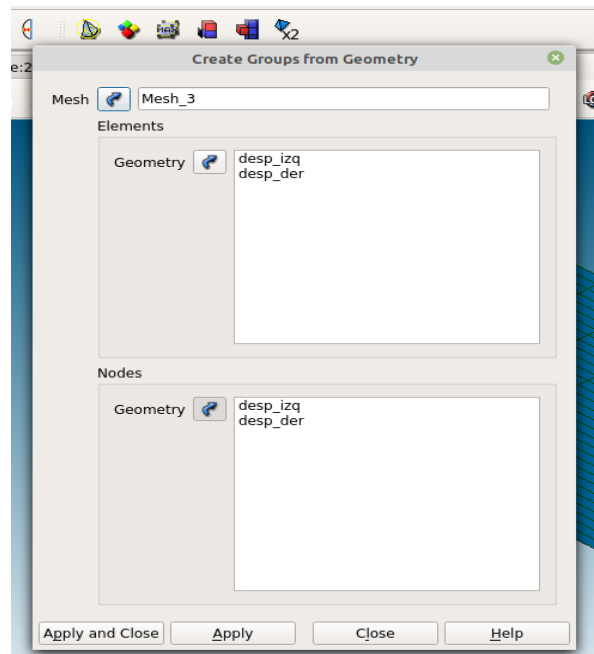
*Ilustración 38: Geometría grupos *desp\_izq* y *desp\_der**  
*Fuente: Propia*

Al tener la geometría y los grupos creados se procede a pasar al módulo mesh para crear el mallado del modelo. Una vez cargada la geometría se selecciona la herramienta “Create mesh” y se selecciona el modelo realizado antes. Luego, se selecciona el tipo de mallado, que en el caso del modelo local es 3D con Hypothesis Construction dividida en quince segmentos, tal y como se aprecia en la Ilustración 39. Tras presionar aceptar se debe seleccionar la malla creada y utilizar la opción computar.

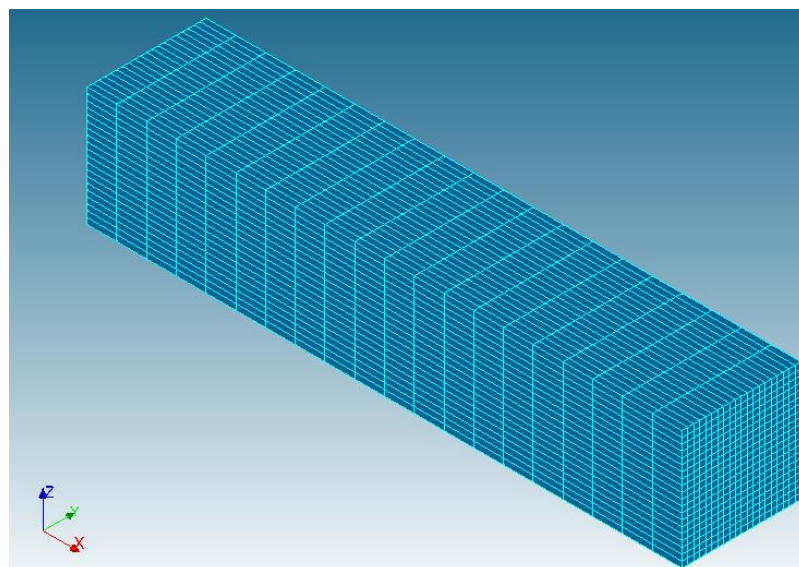


*Ilustración 39: Creación de malla modelo local*  
*Fuente: Propia*

Una vez computada la malla se utiliza la herramienta “Create Groups from Geometry” y se seleccionan los grupos creados anteriormente para que sean creados en la malla del modelo. Lo anterior, se puede apreciar en la Ilustración 40, mientras que en la Ilustración 41 se muestra el resultado de la malla creada para el modelo local.

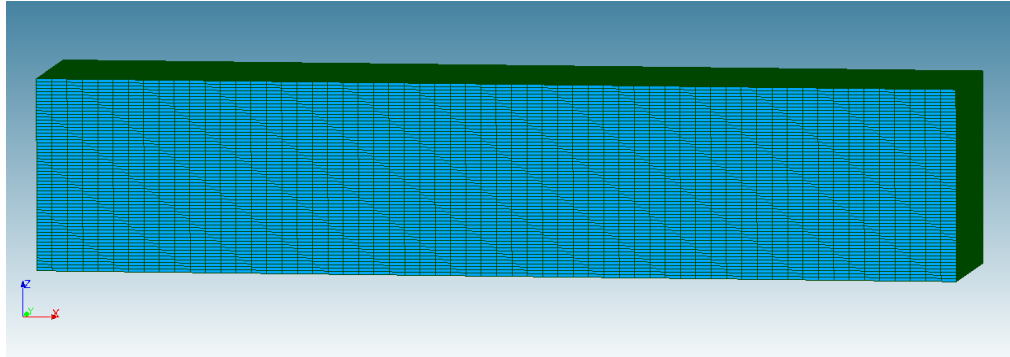


*Ilustración 40: Creación grupos en la malla modelo local*  
*Fuente: Propia*



*Ilustración 41: Malla modelo local*  
*Fuente: Propia*

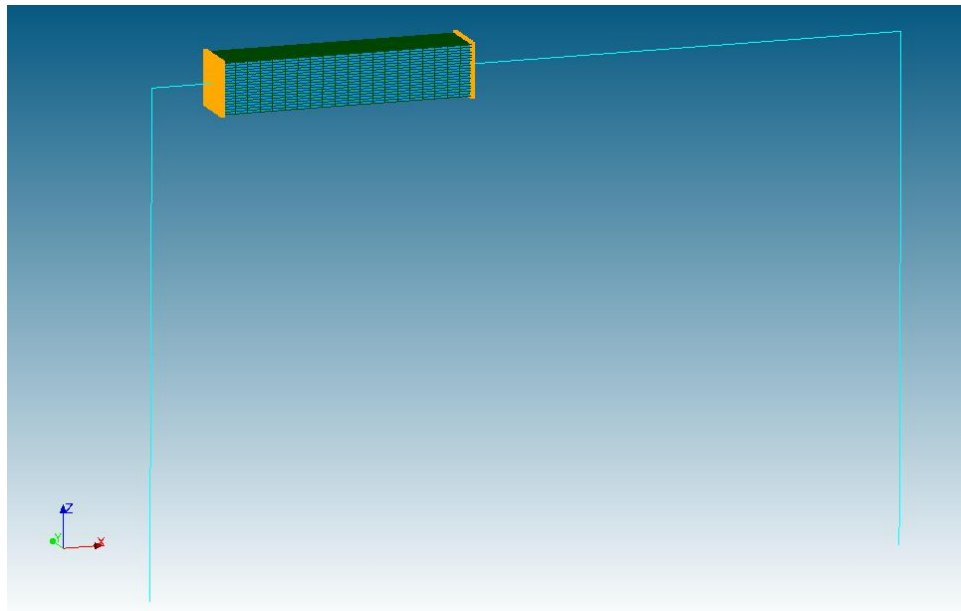
La Ilustración 42 muestra la malla grid que se generó igual que la malla del modelo local, pero fue dividida en una mayor cantidad de elementos. Esta malla será utilizada para la búsqueda de elementos en los pasos de propagación de grieta realizado por la XFEM.



*Ilustración 42: Malla grid*

*Fuente: Propia*

La Ilustración 43 representa el acoplamiento de los modelos global y local, destacando que las secciones o interfaces de acoplamiento se encuentran en amarillo.



*Ilustración 43: Acoplamiento mallas local y global*

*Fuente: Propia*

### **3.3.3 Proyección desplazamientos modelo global-local**

Como fue comentado anteriormente, el análisis global-local con metodología no intrusiva se busca implementar con condiciones de borde primal-dual, por ende, se debe definir una función que permita traspasar la deformada de un elemento 1D a uno 3D, considerando

todos los efectos. En la Ilustración 44, se muestra una viga antes y después de ser deformada debido al momento flector, donde se puede ver que los elementos en la que es discretizada la viga sufren desplazamientos y una rotación, tal que hay que considerar dichos efectos. En ese sentido, se considera que la viga sufre una deformación según la teoría de Bernoulli Euler, despreciando el efecto del esfuerzo de corte.

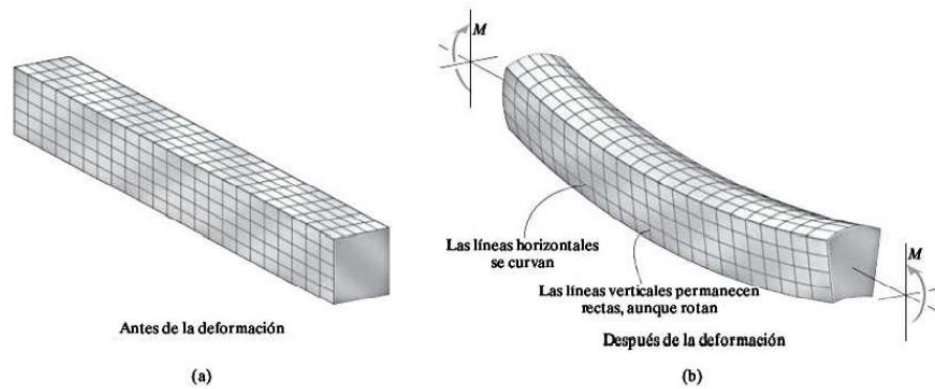


Ilustración 44: Deformación viga debida a momento flector  
Fuente: (Hibbeler, 2011)

Para el cálculo del desplazamiento que genera el giro producido por flexión ( $\theta$ ) se considerando un elemento que tiene una altura “ $\eta$ ” y que es girado manteniendo su altura produciendo un desplazamiento “ $\Delta$ ”, como se muestra en la Ilustración 45.

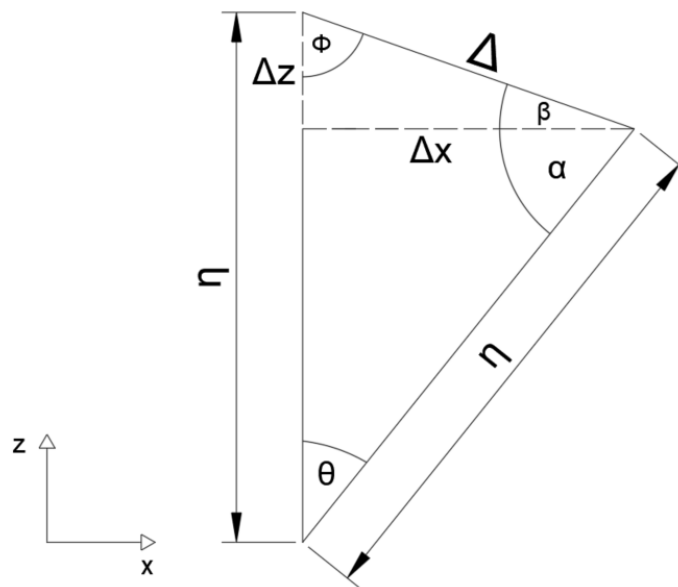


Ilustración 45: Desplazamientos producidos por la rotación del momento flector  
Fuente: Propia

El siguiente paso es determinar las componentes del desplazamiento, para ello se completan los ángulos de la figura dejando todos en función de  $\theta$ , quedando lo siguiente:

$$\alpha + \beta + \theta + \phi = 180 \quad \text{Ec. (18)}$$

$$\phi = \alpha + \beta \quad \text{Ec. (19)}$$

$$(\alpha + \beta) = \phi = 90 - \frac{\theta}{2} \quad \text{Ec. (20)}$$

$$\phi + \beta + 90 = 180 \quad \text{Ec. (21)}$$

$$\beta = \frac{\theta}{2} \quad \text{Ec. (22)}$$

Luego, se aplica el teorema del seno para determinar el valor de  $\Delta$  en función de parámetros conocidos ( $\eta$  y  $\theta$ ), obteniendo las siguientes expresiones:

$$\frac{\text{sen}(\theta)}{\Delta} = \frac{\text{sen}\left(90 - \frac{\theta}{2}\right)}{\eta} \quad \text{Ec. (23)}$$

$$\Delta = \frac{\eta \text{sen}(\theta)}{\text{sen}\left(90 - \frac{\theta}{2}\right)} \quad \text{Ec. (24)}$$

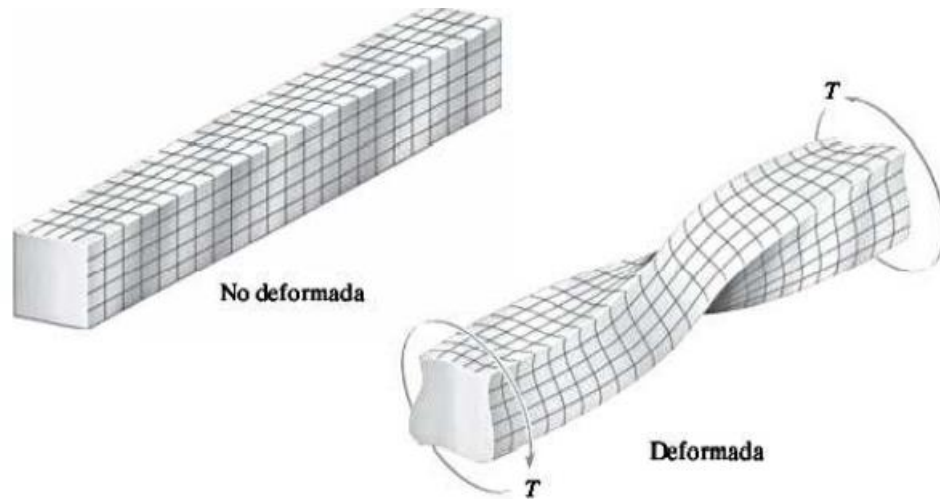
Por último, se encuentran los valores de  $\Delta x$  y  $\Delta z$  que serían los efectos que se deben considerar en el desplazamiento por flexión, quedando las siguientes expresiones:

$$\Delta x = \Delta \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad \text{Ec. (25)}$$

$$\Delta z = \Delta \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad \text{Ec. (26)}$$

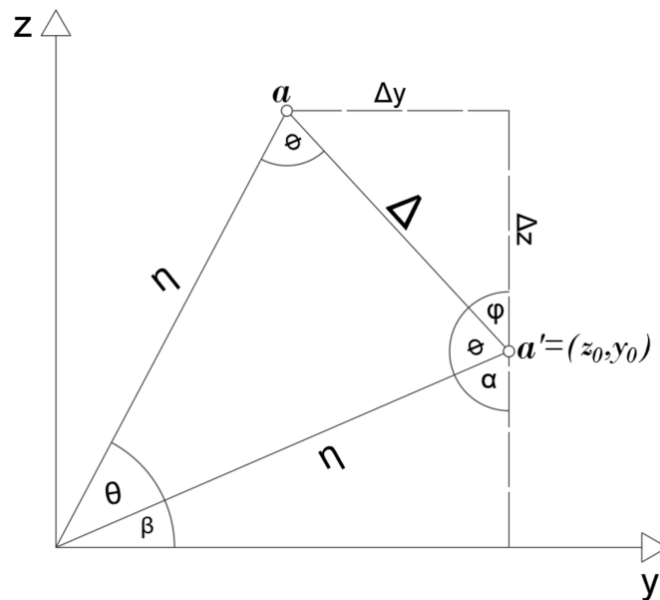
El procedimiento anterior, es válido para los giros en los ejes “z” e “y” que son los que presentan flexión.

Por otro lado, ocurre un fenómeno similar en el caso de que sea un momento torsor el que se aplica en la viga, tal y como se muestra en la Ilustración 46. En concreto, se considera este efecto en el modelo local.



*Ilustración 46: Deformación viga debida a momento torsor  
Fuente: (Hibbeler, 2011)*

La Ilustración 47 se utilizará para determinar los efectos del momento torsor. Consideremos que el punto  $a'$  representa un nodo del elemento que será girado hasta una posición  $a$  dado un ángulo  $\theta$ , generando un desplazamiento  $\Delta$  cuyas componentes representarán los efectos mencionados.



*Ilustración 47: Desplazamientos producidos por la rotación del momento torsor  
Fuente: Propia*



Entonces, lo primero será determinar el valor de los ángulos en función de  $\theta$  y  $\beta$ , donde este último representa la posición inicial de nodo. Las ecuaciones planteadas son las siguientes:

$$2\phi + \theta = 180 \quad \text{Ec. (27)}$$

$$\phi = 90 - \frac{\theta}{2} \quad \text{Ec. (28)}$$

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{z_0}{y_0}\right) \quad \text{Ec. (29)}$$

$$\alpha + \beta + 90 = 180 \quad \text{Ec. (30)}$$

$$\alpha = 90 - \beta \quad \text{Ec. (31)}$$

$$\alpha + \phi + \varphi = 180 \quad \text{Ec. (32)}$$

$$90 - \beta + 90 - \frac{\theta}{2} + \varphi = 180 \quad \text{Ec. (33)}$$

$$\varphi = \beta + \frac{\theta}{2} \quad \text{Ec. (34)}$$

Ahora, al aplicar el teorema del seno queda lo siguiente:

$$\frac{\text{sen}(\theta)}{\Delta} = \frac{\text{sen}\left(90 - \frac{\theta}{2}\right)}{\eta} \quad \text{Ec. (35)}$$

$$\Delta = \frac{\eta \text{sen}(\theta)}{\text{sen}\left(90 - \frac{\theta}{2}\right)} \quad \text{Ec. (36)}$$

Por último, se debe calcular el valor  $\eta$  que es la distancia del punto que será girado al centro de la sección, obteniendo las siguientes expresiones:

$$\eta = \sqrt{y_0^2 + z_0^2} \quad \text{Ec. (37)}$$

$$\Delta = \frac{\left(\sqrt{y_0^2 + z_0^2}\right) \text{sen}(\theta)}{\text{sen}\left(90 - \frac{\theta}{2}\right)} \quad \text{Ec. (38)}$$

La función se definió con el nombre de “calc\_depl” que tiene como parámetros de entrada los desplazamientos que se obtienen en el análisis del modelo global ( $u_x, u_y, u_z, \theta_x, \theta_y, \theta_z$ ) y las mallas para identificar las coordenadas y nodos del modelo local, entregando como resultado una lista que tiene el valor de los desplazamientos en cada nodo para el local ( $u_x, u_y, u_z$ ).

Lo primero que se realiza es recuperar los desplazamientos del modelo global; lo segundo es obtener los nodos y sus coordenadas; en tercer lugar, se calcula la ubicación del centroide de la sección (Ilustración 48).

```
def calc_depl (depl,GAMMA,mailpyl,lista) :

    deltaX=depl[0]
    deltaY=depl[1]
    deltaZ=depl[2]
    deltarx=depl[3]
    deltary=depl[4]
    deltarz=depl[5]

    print(deltarx)

    n_gamma = sorted(mailpyl['gno'][GAMMA]);
    coord = mailpyl['cn'];
    nb_noeuds = len(n_gamma);
    # Numerotation des noeuds
    num = {n_gamma[n] : n for n in range(nb_noeuds)};

    centroideZ=0.5*(max(coord[:,2])+min(coord[:,2]))
    centroideX=0.5*(max(coord[:,0])+min(coord[:,0]))
    centroideY=0.5*(max(coord[:,1])+min(coord[:,1]))
```

*Ilustración 48: Función calc\_depl parte I*  
Fuente: Propia

Posteriormente, se calcula el desplazamiento que genera cada giro en cada uno de los nodos de la malla, esto se puede apreciar en la Ilustración 49, Ilustración 50 e Ilustración 51. Considerar, que se separó el cálculo según la ubicación con respecto al centroide y el valor del giro (positivo o negativo), para evitar errores según el sistema de coordenadas entregado por el software.

```
for m in range(nb_noeuds) :

    [xi, yi, zi] = coord[n_gamma[m]];
    z_rel=zi-centroideZ
    y_rel=yi-centroideY
    x_rel=xi-centroideX

    #para giro en Y

    rr_y=abs(z_rel*np.sin(deltary)/np.sin(np.pi/2-deltary/2))

    if z_rel>=0 :

        if deltary>=0 :
            DX_ry=rr_y*abs(np.cos(deltary/2))
            DZ_ry=-rr_y*abs(np.sin(deltary/2))
        else :
            DX_ry=-rr_y*abs(np.cos(deltary/2))
            DZ_ry=-rr_y*abs(np.sin(deltary/2))
    else :

        if deltary>=0 :
            DX_ry=-rr_y*abs(np.cos(deltary/2))
            DZ_ry=rr_y*abs(np.sin(deltary/2))
        else :

            DX_ry=rr_y*abs(np.cos(deltary/2))
            DZ_ry=rr_y*abs(np.sin(deltary/2))
```

*Ilustración 49: Función calc\_depl parte II (giro en y)*  
*Fuente: Propia*

```
#para giro en Z

rr_z=abs(y_rel*np.sin(deltarz)/np.sin(np.pi/2-deltarz/2))

if y_rel>=0 :

    if deltarz>=0 :

        DX_rz=-rr_z*abs(np.cos(deltarz/2))
        DY_rz=rr_z*abs(np.sin(deltarz/2))
        # DZ_r=abs(z_rel)*(1-np.cos(deltary))*0
    else :

        DX_rz=rr_z*abs(np.cos(deltarz/2))#np.sin(deltary)
        DY_rz=rr_z*abs(np.sin(deltarz/2))

else :

    if deltarz>=0 :

        DX_rz=rr_z*abs(np.cos(deltarz/2))
        DY_rz=-rr_z*abs(np.sin(deltarz/2))
        # DZ_r=abs(z_rel)*(1-np.cos(deltary))*0
    else :

        DX_rz=-rr_z*abs(np.cos(deltarz/2))#np.sin(deltary)
        DY_rz=-rr_z*abs(np.sin(deltarz/2))
```

*Ilustración 50: Función calc\_depl parte III (giro en z)  
Fuente: Propia*

```

# para giro en X

rr_x=abs((((z_rel)**2)+((y_rel)**2))**(1/2)*np.sin(deltarx)/np.sin(np.pi/2-deltarx/2))

if y_rel==0:
    angle_plane=np.pi/2
else :
    angle_plane=np.arctan(abs(z_rel/y_rel))

DYrx=rr_x*abs(np.sin(deltarx/2+angle_plane))
DZrx=rr_x*abs(np.cos(deltarx/2+angle_plane))

DY_rx=0
DZ_rx=0

if z_rel>0:

    if y_rel>0:

        DY_rx=-DYrx*np.sign(deltarx)
        DZ_rx=DZrx*np.sign(deltarx)

    else :

        DY_rx=-DYrx*np.sign(deltarx)
        DZ_rx=-DZrx*np.sign(deltarx)

else :

    if y_rel<0:

        DY_rx=DYrx*np.sign(deltarx)
        DZ_rx=-DZrx*np.sign(deltarx)

    else :

        DY_rx=DYrx*np.sign(deltarx)
        DZ_rx=DZrx*np.sign(deltarx)

```

*Ilustración 51: Función calc\_depl parte IV (giro en x)*

*Fuente: Propia*

Por último, se calcula un desplazamiento total, como la suma de los efectos de los giros y el desplazamiento extraído del modelo global, siendo almacenado en una lista (Ilustración 52)

```

Dx_tot=deltaX+DX_ry+DX_rz;
Dy_tot=deltaY+DY_rx+DY_rz;
Dz_tot=deltaZ+DZ_ry+DZ_rx;

lista.append(_F(NOEUD = ('N%d') %(n_gamma[m]+1) , DX = Dx_tot, DY=Dy_tot, DZ=Dz_tot))

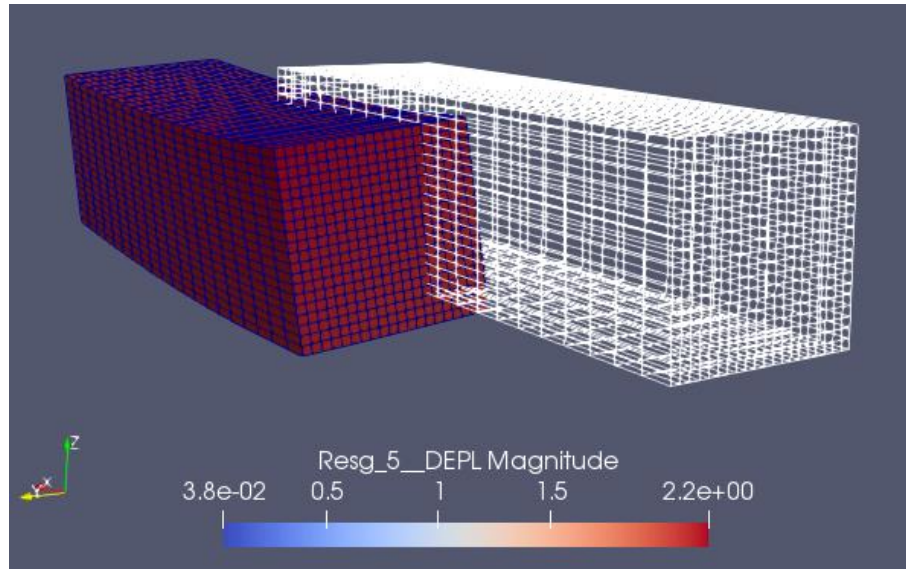
return lista

```

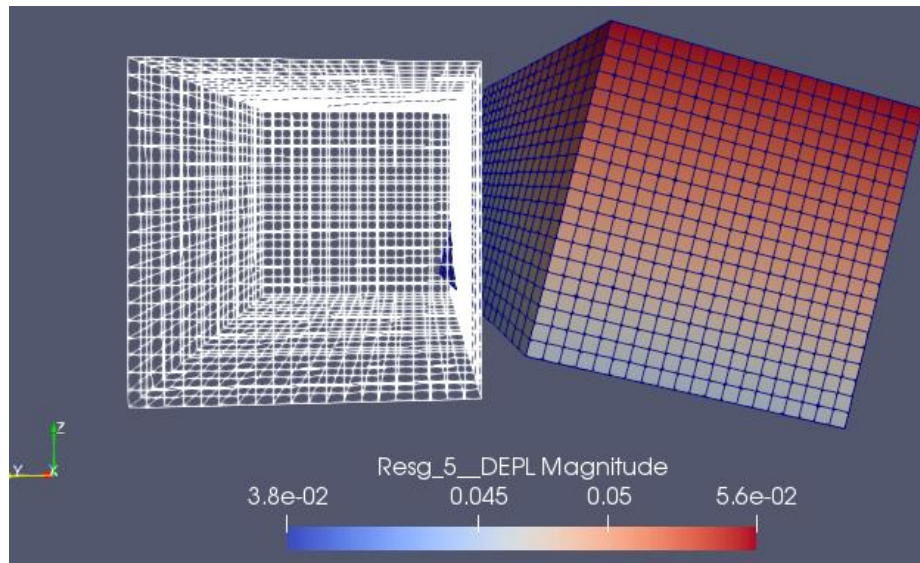
*Ilustración 52: Función calc\_depl parte V (desplazamiento total)*

*Fuente: Propia*

La Ilustración 53 e Ilustración 54, muestran los resultados del modelo local al utilizar el análisis no intrusivo sin propagación de grietas. En el primer caso de la Ilustración 53 se aplicaron fuerzas en los ejes “z” e “y”, para mostrar cómo sería el desplazamiento de la viga. Por otro lado, en la Ilustración 54 se aplicó un momento en el eje “x” para visualizar como sería la rotación del modelo local.



*Ilustración 53: Resultado función calc\_depl aplicando fuerzas en x e y*  
*Fuente: Propia*



*Ilustración 54: Resultado función calc\_depl aplicando momento torsor*  
*Fuente: Propia*

### 3.3.4 Condiciones del análisis

En lo que concierne a las condiciones en que se realiza el análisis, se deben definir ciertos parámetros y realizar la lectura de las mallas (Ilustración 55 e Ilustración 56).

En primer lugar, se cargan las mallas, siendo “mesh” el modelo global, “mesh\_3D” el modelo local y “grid” el modelo refinado utilizado para la propagación de la grieta; en segundo lugar, se define el parámetro tag y NPS, donde tag indica si el problema será sin grieta (tag=1) o con grieta (tag=2), mientras que NPS indica los pasos de propagación de grieta que hará el software; en tercer lugar, están los parámetros DA y RS que indican en cuantos elementos busca el XFEM para propagar y en cuantos realiza un cálculo de energía para la próxima propagación respectivamente; los siguientes parámetros que se definen es la ubicación de la grieta (Xfiss, Zfiss); por último está el Aitken que es un acelerador y las coordenadas del centroide de la zona de interfaz.

```

mesh = LIRE_MAILLAGE(UNITE=20)

mesh_3D = LIRE_MAILLAGE(UNITE=21)

grid = LIRE_MAILLAGE(FORMAT='MED', UNITE=22);

grille = DEFI_GRILLE ( MAILLAGE=grid);

tag=1
NPS=3

DA=5
RS=5

Xfiss=750
Zfiss=2000

#ubicacion centroide seccion
coord_izq=(375,0,2000)
coord_der=(1125,0,2000)

Aitken=1

archivo_parc_1 = "/home/nazio/Desktop/Matias/no_intrusivo/salida.txt"

f = open(archivo_parc_1, "r")
contents = f.readlines()
f.close()

if tag==1:
    contents.insert(0, ("iter,error,mu,rn,...LINEAR_ANALYSIS\n"))
else :
    contents.insert(0, ("iter,error,mu,rn,...CRACKED_ANALYSIS\n"))

```

*Ilustración 55: Condiciones del análisis parte I*

*Fuente: Propia*

Siguiendo con lo definido en la Ilustración 55 e Ilustración 56, se tiene la creación de un archivo texto para almacenar el número de iteraciones y su respectivo error. También, se define las zonas de interfaz (“desp\_izq” y “desp\_der”)

```
f = open(archivo_parc_1, "w")
contents = "".join(contents)
f.write(contents)
f.close()

maillagel = mesh_3D;

mailpyl = MAIL_PY();
mailpyl.FromAster(maillagel);
mailpyl = {'gma':mailpyl.gma, 'gno':mailpyl.gno, 'co':mailpyl.co.data, 'cn':mailpyl.cn, 'corresp':mailpyl.correspondance_noeuds};

maillagel=mailpyl;

GN_izq=mailpyl['gno']['desp_izq']
GN_der=mailpyl['gno']['desp_der']
```

*Ilustración 56: Condiciones del análisis parte II*  
*Fuente: Propia*

### 3.3.5 Análisis modelo global

El análisis del modelo global se comienza definiendo el tipo de problema a resolver utilizando la herramienta “AFFE\_MODELE”, siendo uno de tipo mecánico y modelado según la teoría de Bernoulli Euler (POU\_D\_E en Code\_Aster). Al mismo tiempo, se define el tipo modelo del problema local que sería 3D.

El segundo paso, es definir la sección que tendrá la estructura utilizando la herramienta “AFFE\_CARA\_ELEM”, donde se utiliza la opción POUTRE (viga) y se define que es una sección rectangular con altura H de 200 mm. El software es el encargado de calcular las propiedades geométricas utilizadas en el análisis.

En tercer lugar, se crea el material con la herramienta “DEFI\_MATERIAU”, utilizando la opción isotrópica y asignando valores de módulo de elasticidad y coeficiente de Poisson. Luego, se asigna el material al modelo local y global con la herramienta “AFFE\_MATERIAU”. El procedimiento anterior se puede ver en la Ilustración 57.



```

model = AFFE_MODELE(AFFE = _F(MODELISATION=('POU_D_E', ),
                              PHENOMENE='MECANIQUE',
                              TOUT='OUI'),
                   MAILLAGE=mesh)

elemprop = AFFE_CARA_ELEM(MODELE=model,
                          POUTRE=_F(CARA=('H', ),
                                      GROUP_MA=('resto_portico', 'viga_grieta'),
                                      SECTION='RECTANGLE',
                                      VALE=(200.0, )))

mode_3D = AFFE_MODELE(AFFE=_F(MODELISATION=('3D', ),
                               PHENOMENE='MECANIQUE',
                               TOUT='OUI'),
                      MAILLAGE=mesh_3D)

mater = DEFI_MATERIAU(ELAS=_F(E=200000.0,
                              NU=0.3))

fieldmat = AFFE_MATERIAU(AFFE=_F(MATER=(mater, ),
                                  TOUT='OUI'),
                         MODELE=model)

field_3D = AFFE_MATERIAU(AFFE=_F(MATER=(mater, ),
                                  TOUT='OUI'),
                         MAILLAGE=mesh_3D)

```

*Ilustración 57: Análisis global parte I*

*Fuente: Propia*

Continuando con el análisis global, en la Ilustración 58, se definen algunos parámetros que no se especificaron antes, estos son el error y la tolerancia. Ambos parámetros son utilizados para generar el proceso iterativo. También, se definen las variables “rn” y “Pn” que son el vector de fuerzas para calcular el error y para compensar, respectivamente. Por otro lado, se definen las variables utilizadas en el análisis (nombre asignado al usar las herramientas del software), ya que como es un proceso iterativo se debe ir generando en cada paso y para ello se utiliza el parámetro “iter” que actualizará el nombre en cada iteración; junto a esto también se define un valor máximo de iteración (itermax).

```

error = 1
tol = 1e-6

rn_izq=np.zeros((6,1),'float')
rn_der=np.zeros((6,1),'float')
Pn_der=np.zeros((6,1),'float')
Pn_izq=np.zeros((6,1),'float')

rn=np.concatenate((rn_izq,rn_der),axis=0)
Pn=np.concatenate((Pn_izq,Pn_der),axis=0)

iter=0
itermax=20

load=[None]*itermax
resl=[None]*itermax
dspL=[None]*itermax
f_gl=[None]*itermax
fzla=[None]*itermax
table=[None]*itermax
modg=[None]*itermax
CAR3D=[None]*itermax
carg=[None]*itermax
Resg=[None]*itermax
usg=[None]*itermax
f_lo=[None]*itermax
tbl1=[None]*itermax

MAVI=[None]*itermax
MATV=[None]*itermax
MOVI=[None]*itermax
CAEX=[None]*itermax
REVI=[None]*itermax
DEPL=[None]*itermax
RESVF=[None]*itermax

```

*Ilustración 58: Análisis global parte II*  
Fuente: Propia

En la Ilustración 59, se define el ciclo while con la condición de que el error sea menor que la tolerancia, de esa forma se realiza el proceso iterativo. Luego, se define una lista que contiene las fuerzas aplicadas en los nodos del grupo “force”, “desp\_izq” y “desp\_der”, donde los dos últimos son la interfaz, lo que se traduce en que las fuerzas aplicadas son las de compensación (“Pn”).

Además, se utiliza la herramienta “AFFE\_CHAR\_MECA” para aplicar la lista de fuerzas en los nodos correspondientes y restringir los desplazamientos en los nodos que corresponden a los empotramientos.

Continuando con el análisis, se utiliza la herramienta “MECA\_STATIQUE” definiendo que se resuelva un problema mecánico estático utilizando las condiciones definidas antes. Posteriormente, se crea un campo para calcular los desplazamientos del problema global con la herramienta “CREA\_CHAMP”.

```

while (error>tol) :

    rn_ant=rn;

    Pn_izq=Pn[0:6,]
    Pn_der=Pn[6:12,]

    forcelist1=[];

    forcelist1.append(_F(GROUP_NO='force',),FX=0, FY=0, MX=1000000))
    forcelist1.append(_F(GROUP_NO='desp_izq',),FX=Pn[0],FY=Pn[1],FZ=Pn[2],MX=Pn[3],MY=Pn[4],MZ=Pn[5],))
    forcelist1.append(_F(GROUP_NO='desp_der',),FX=Pn[6],FY=Pn[7],FZ=Pn[8],MX=Pn[9],MY=Pn[10],MZ=Pn[11],))

    load[iter] = AFFE_CHAR_MECA(DDL_IMPO=(_F( DRX=0.0,
                                             DRY=0.0,
                                             DRZ=0.0,
                                             DX=0.0,
                                             DY=0.0,
                                             DZ=0.0,
                                             GROUP_NO='fix')),
                                ),
                                FORCE_NODALE=(forcelist1),
                                MODELE=model)

    resl[iter] = MECA_STATIQUE(CARA_ELEM=elemprop,
                              CHAM_MATER=fieldmat,
                              EXCIT=_F(CHARGE=load[iter]),
                              MODELE=model,
                              OPTION='SIEF_ELGA')

    dspL[iter] = CREA_CHAMP(NOM_CHAM='DEPL',
                            OPERATION='EXTR',
                            RESULTAT=resl[iter],
                            TYPE_CHAM='NOEU_DEPL_R')
    
```

*Ilustración 59: Análisis global parte III*

*Fuente: Propia*

Por otro lado, la Ilustración 60 muestra el proceso realizado para calcular las fuerzas nodales con las herramientas “CALC\_CHAMP” y “CREA\_CHAMP”. Luego, se utiliza la función ReprAster2PythonLin para extraer las fuerzas en cada grupo de nodos y con la herramienta “POST\_RELEVE\_T” se calcula una fuerza resultante en los seis grados de libertad que tiene el problema global (Fx, Fy, Fz, Mx, My, Mz).

```

f_gl[iter] = CALC_CHAMP(FORCE=('FORC_NODA', ),
                       RESULTAT=resl[iter],
                       GROUP_MA='viga_grieta');

fz1a[iter] = CREA_CHAMP( OPERATION='EXTR', TYPE_CHAM='NOEU_DEPL_R',
                       NOM_CHAM='FORC_NODA', RESULTAT=f_gl[iter])

f1_a_izq=ReprAster2PythonLin(fz1a[iter],'desp_izq')
f1_a_der=ReprAster2PythonLin(fz1a[iter],'desp_der')

table[iter] = POST_RELEVE_T(ACTION=( _F(GROUP_NO='desp_izq', ),
                                       INTITULE='for_izq',
                                       MOMENT=('DRX', 'DRY', 'DRZ'),
                                       NOM_CHAM='FORC_NODA',
                                       OPERATION=('EXTRACTION', ),
                                       POINT=coord_izq,
                                       RESULTANTE=('DX', 'DY', 'DZ'),
                                       RESULTAT=f_gl[iter]),
                             _F(GROUP_NO='desp_der', ),
                               INTITULE='for_der',
                               MOMENT=('DRX', 'DRY', 'DRZ'),
                               NOM_CHAM='FORC_NODA',
                               OPERATION=('EXTRACTION', ),
                               POINT=coord_der,
                               RESULTANTE=('DX', 'DY', 'DZ'),
                               RESULTAT=f_gl[iter]))

```

*Ilustración 60: Análisis global parte IV  
Fuente: Propia*

La resultante de las fuerzas nodales es almacenada en una tabla, por ende, los valores deben ser extraídos como muestra la Ilustración 61. Continuando con la extracción de valores, se utiliza la función `ReprAster2PythonLin` para extraer los desplazamientos de los nodos y luego se utiliza la función creada “`calc_depl`” para obtener el desplazamiento de cada nodo del modelo local y son almacenados en una lista.

```

TT_g=table[iter].EXTR_TABLE()
aa_g=TT_g.values()
fx_g=aa_g['RESULT_X']
fy_g=aa_g['RESULT_Y']
fz_g=aa_g['RESULT_Z']
MX_g=aa_g['MOMENT_X']
MY_g=aa_g['MOMENT_Y']
MZ_g=aa_g['MOMENT_Z']

f_global_izq=np.array([(fx_g[0],fy_g[0],fz_g[0],MX_g[0],MY_g[0],MZ_g[0])])
f_global_der=np.array([(fx_g[1],fy_g[1],fz_g[1],MX_g[1],MY_g[1],MZ_g[1])])

IMPR_RESU(RESU=_F(RESULTAT=resl[iter]),
          UNITE=80)

IMPR_TABLE(FORMAT='TABLEAU',
           TABLE=table[iter],
           UNITE=9)

desp_viga2D_I=ReprAster2PythonLin (dspL[iter],'desp_izq')
desp_viga2D_D=ReprAster2PythonLin (dspL[iter],'desp_der')

lista1=[]
lista2=[]
lista1=calc_depl (desp_viga2D_I[:,0],'desp_izq',mailpyl,lista1)

lista2=calc_depl (desp_viga2D_D[:,0],'desp_der',mailpyl,lista2)

lista_tot=lista1+lista2

```

*Ilustración 61: Análisis global parte V  
Fuente: Propia*

### 3.3.6 Análisis modelo local

A continuación, se presentará el código generado para el análisis del problema local en los casos de que se encuentre o no una grieta en el modelo local. Cabe, mencionar que para iniciar este análisis ya se hizo una lectura de las mallas, el cálculo de desplazamientos que se aplicarán a las caras de interfaz y se definieron los parámetros necesarios.

#### 3.3.6.1 Problema sin propagación de grietas

En primer lugar, se define el tipo de modelo que se requiere analizar y para ello se utiliza la herramienta “AFFE\_MODELE”, especificando que es un modelo mecánico 3D; en segundo lugar se definen las caras del modelo local y se aplican los desplazamientos obtenidos del análisis global utilizando las herramientas “AFFE\_CARE\_ELEME” y

“AFFE\_CHAR\_MECA”, respectivamente; en tercer lugar se especifica que se quiere hacer un análisis estático con la herramienta “MECA\_STATIQUE”; luego se crea un campo de desplazamiento y se calculan las fuerzas nodales con las funciones “CREA\_CHAMP” y “CALC\_CHAMP”. Lo anterior está representado en la Ilustración 62.

```

if tag == 1 :

    modg[iter]=AFFE_MODELE(MAILLAGE=mesh_3D,#es necesario el iter?
                          AFPE=( _F(GROUP_MA='All',
                                      PHENOMENE='MECANIQUE',
                                      MODELISATION='3D',),),)

    CAR3D[iter]=AFFE_CARA_ELEM(MASSIF=_F(#es necesario el iter?
                                       ANGL_REP=(0.0, ),
                                       GROUP_MA=('All', )),
                              MODELE=mode_3D)

    carg[iter]=AFFE_CHAR_MECA(DDL_IMPO=lista_tot,
                              MODELE=modg[iter])

    # Linear system solving
    Resg[iter] = MECA_STATIQUE(MODELE=modg[iter],
                              CHAM_MATER = field_3D,
                              CARA_ELEM=CAR3D[iter],
                              EXCIT = _F(CHARGE = carg[iter]))

    usg[iter]=CREA_CHAMP( OPERATION='EXTR', TYPE_CHAM='NOEU_DEPL_R',
                          NOM_CHAM='DEPL', RESULTAT=Resg[iter])

    f_lo[iter] = CALC_CHAMP(FORCE=('FORC_NODA', ),
                            RESULTAT=Resg[iter])

```

*Ilustración 62: Análisis local sin grieta parte I*  
Fuente: Propia

Al igual que en el análisis global se utiliza la herramienta “POST\_RELEVE\_T” para obtener el valor de las fuerzas nodales resultantes y almacenarlas. Estas fuerzas son extraídas y agrupadas según la interfaz que corresponde, tal como se muestra en la Ilustración 63.

```

tbl1[iter] = POST_RELEVE_T(ACTION=( _F(GROUP_NO=('desp_izq', ),
    INTITULE='for_izq',
    MOMENT=('DRX', 'DRY', 'DRZ'),
    NOM_CHAM='FORC_NODA',
    OPERATION=('EXTRACTION', ),
    POINT=coord_izq,
    RESULTANTE=('DX', 'DY', 'DZ'),
    RESULTAT=f_lo[iter]),
    _F(GROUP_NO=('desp_der', ),
    INTITULE='for_der',
    MOMENT=('DRX', 'DRY', 'DRZ'),
    NOM_CHAM='FORC_NODA',
    OPERATION=('EXTRACTION', ),
    POINT=coord_der,
    RESULTANTE=('DX', 'DY', 'DZ'),
    RESULTAT=f_lo[iter],)))

TT_l=tbl1[iter].EXTR_TABLE()
aa_l=TT_l.values()
fx_l=aa_l['RESULT_X']
fy_l=aa_l['RESULT_Y']
fz_l=aa_l['RESULT_Z']
MX_l=aa_l['MOMENT_X']
MY_l=aa_l['MOMENT_Y']
MZ_l=aa_l['MOMENT_Z']

f_local_izq=np.array([(fx_l[0],fy_l[0],fz_l[0],MX_l[0],MY_l[0],MZ_l[0])])
f_local_izq=f_local_izq.T
f_local_der=np.array([(fx_l[1],fy_l[1],fz_l[1],MX_l[1],MY_l[1],MZ_l[1])])
f_local_der=f_local_der.T

```

*Ilustración 63: Análisis local sin grieta parte II*  
Fuente: Propia

Las fuerzas obtenidas antes se utilizan para calcular el vector de fuerzas “rn” y las fuerzas de compensación “Pn” con lo cual se define si el problema converge o se requiere hacer una iteración. El vector de fuerzas “rn” se calcula como la fuerza resultante global menos la fuerza local menos la fuerza de compensación (Ilustración 64).

```

rn_izq=f_global_izq.T-f_local_izq-Pn_izq
rn_der=f_global_der.T-f_local_der-Pn_der

rn=np.concatenate((rn_izq,rn_der),axis=0)#juntar

IMPR_RESU (FORMAT = 'MED',
    RESU = _F (RESULTAT=Resg[iter]),
    UNITE=81);

IMPR_TABLE(FORMAT='TABLEAU',
    TABLE=tbl1[iter],
    UNITE=8)

```

*Ilustración 64: Análisis local sin grieta parte III*  
Fuente: Propia

### 3.3.6.2 Problema con propagación de grietas

En cuanto al análisis del problema local con crecimiento de grietas, se deben definir el nombre de las variables que utilizan las herramientas en el software, ya que al ser más de una propagación los pasos se deben repetir según el valor declarado en el parámetro NPS. Luego, se utiliza la herramienta “DEFI\_FISS\_XFEM” para definir el inicio y la ubicación de la grieta antes de la primera propagación. Continuando con el análisis, se asigna que será un modelo 3D con la herramienta “AFFE\_MODELE”. Lo anterior, queda reflejado en la Ilustración 65.

```

else :

    MAT      = [None]*NPS
    MAX      = [None]*NPS
    MO      = [None]*NPS
    FISS     = [None]*NPS
    MOX     = [None]*NPS
    CHF     = [None]*NPS
    CHM     = [None]*NPS
    CHAR    = [None]*NPS
    UTOT    = [None]*NPS
    SIF     = [None]*NPS
    CAE     = [None]*NPS

    FISS[0] = DEFI_FISS_XFEM(DEFI_FISS= F(FORM_FISS='DEMI_PLAN',
                                         DTAN=(0, 0, 1),
                                         NORMALE=(1, 0, 0),
                                         PFON=(Xfiss, 0.0, Zfiss)),
                           MAILLAGE=mesh_3D,MAILLAGE_GRILLE=grille)

    for i in range(0,NPS) :

        MO[i]=AFFE_MODELE(MAILLAGE=mesh_3D,
                          AFFE=( F(TOUT='OUI',
                                   PHENOMENE='MECANIQUE',
                                   MODELISATION='3D',)))

```

*Ilustración 65: Análisis local con grieta parte I*

*Fuente: Propia*

Una vez definida el fondo de grieta, se especifica que se utilizará XFEM en el análisis con la herramienta “MODI\_MODELE\_XFEM” y se asigna el material al modelo con la herramienta “AFFE\_MATERIAU”. También, se aplican los desplazamientos calculados en el modelo global con la herramienta “AFFE\_CHAR\_MECA”, para continuar con el análisis del modelo definiendo el “MECA\_STATIQUE”. Por último, se define que se hará un cálculo de liberación de energía en la propagación de la grieta mediante los factores de intensidad, para ello se utiliza la opción CALC\_K\_G, en la herramienta “CALC\_G” del software. Esto queda reflejado en la Ilustración 66.



```

MOX[i]=MODI_MODELE_XFEM(MODELE_IN=MO[i], FISSURE=FISS[i]);

CHM[i]=AFFE_MATERIAU(MAILLAGE=mesh_3D,
                     MODELE=MOX[i],
                     AFFE=_F(TOUT='OUI',MATER=mater,));

CHAR[i]=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MOX[i],
                       DDL_IMPO = lista_tot);

UTOT[i]=MECA_STATIQUE(MODELE=MOX[i],
                      CHAM_MATER=CHM[i],
                      CARA_ELEM=CAE[i],
                      EXCIT=( _F(CHARGE=CHAR[i],),
                              ),)

SIF[i]=CALC_G(RERESULTAT=UTOT[i],LISSAGE=_F(DEGRE=0, LISSAGE_G='LEGNRE', LISSAGE_THETA='LEGNRE'),
              OPTION='CALC_K_G',
              THETA=_F(FISSURE=FISS[i]),);

```

*Ilustración 66: Análisis local con grieta parte II*  
Fuente: Propia

Ahora, se definen los pasos de propagación utilizando la herramienta “PROPA\_FISS” donde se define la fisura actual, la propagación, los elementos de búsqueda y el cálculo de energía, además de definir que se utiliza la ley de Paris induciendo un daño por fatiga (Ilustración 67).

```

if (i!=NPS-1) :

FISS[i+1]=CO('FISS_'+str(i+1))

PROPA_FISS( METHODE_PROPA='UPWIND',
            MODELE=MOX[i],
            FISSURE=_F( FISS_ACTUELLE = FISS[i],
                       FISS_PROPAGEE = FISS[i+1],
                       TABLE = SIF[i]),
            DA_MAX=DA,
            LOI_PROPA = _F(LOI='PARIS',
                           M=1,C=1,
                           MATER=mater, ),
            COMP_LINE=_F(COEF_MULT_MINI=0.,
                        COEF_MULT_MAXI=1.,
                        ),
            RAYON=RS,
            );

```

*Ilustración 67: Análisis local con grieta parte III*  
Fuente: Propia

En primer lugar, una vez finalizadas las propagaciones se utiliza la herramienta “POST\_MAIL\_XFEM” para crear la malla que siga la trayectoria de la propagación de la grieta; en segundo lugar, se definen los grupos de la interfaz (“desp\_der” y “desp\_izq”) con la herramienta “DEFI\_GROUP”; en tercer lugar, se define el modelo con “AFFE\_MODELE” y se asigna el material con “AFFE\_MATERIAU”; en cuarto lugar, se asignan las características al modelo con la herramienta “AFFE\_CARA\_ELEM”; y por último se usa la herramienta “POST\_CHAM\_XFEM”, para crear campos con los resultados generados por la XFEM. El procedimiento descrito se ve reflejado en la Ilustración 68.

```

else :

MAVI[iter]=POST_MAIL_XFEM(MODELE = MOX[i])

MAVI[iter] = DEFI_GROUP (reuse = MAVI[iter],
                        MAILLAGE = MAVI[iter],
                        CREA_GROUP_NO = _F (NOM = 'desp_izq',
                                           GROUP_MA = ('GAMMA_izq'),
                                           CRIT_NOEUD = 'TOUS'));

MAVI[iter] = DEFI_GROUP (reuse = MAVI[iter],
                        MAILLAGE = MAVI[iter],
                        CREA_GROUP_NO = _F (NOM = 'desp_der',
                                           GROUP_MA = ('GAMMA_der'),
                                           CRIT_NOEUD = 'TOUS'));

MATV[iter]=AFFE_MATERIAU(MAILLAGE=MAVI[iter],
                        AFFE=_F(TOUT = 'OUI',
                                MATER=mater))

MOVI[iter]=AFFE_MODELE(MAILLAGE=MAVI[iter],
                        AFFE=( _F(GROUP_MA='All', PHENOMENE='MECANIQUE', MODELISATION='3D'),))

CAEX[iter]=AFFE_CARA_ELEM(MASSIF=_F(
                        ANGL_REP=(0.0, ),
                        GROUP_MA=('All', )),
                        MODELE=MOVI[iter])

REVI[iter]=POST_CHAM_XFEM(MODELE_VISU = MOVI[iter],
                        RESULTAT = UTOT[i])

DEPL[iter] = CREA_CHAMP(OPERATION='EXTR', TYPE_CHAM='NOEU_DEPL_R',
                        NOM_CHAM='DEPL', RESULTAT=REVI[iter])

```

*Ilustración 68: Análisis local con grieta parte IV  
Fuente: Propia*

Teniendo los resultados del XFEM, se crean y se calculan campos de desplazamientos y fuerzas nodales con las herramientas “CREA\_CHAMP” y “CALC\_CHAMP”, respectivamente; luego se utiliza la herramienta “POST\_RELEVE\_T” para obtener la

fuerza resultante del campo de fuerzas nodales, siendo almacenados y extraídos (Ilustración 69).

```

DEPL[iter] = CREA_CHAMP(OPERATION='EXTR', TYPE_CHAM='NOEU_DEPL_R',
                        NOM_CHAM='DEPL', RESULTAT=REVI[iter])

RESVF[iter] = CALC_CHAMP(CHAM_MATER=MATV[iter],
                        FORCE=('FORC_NODA'),
                        RESULTAT=REVI[iter],
                        TOUT_ORDRE='OUI')

tbl1[iter] = POST_RELEVE_T(ACTION=( _F(GROUP_NO=('desp_izq', ),
                                       INTITULE='for_izq',
                                       MOMENT=('DRX', 'DRY', 'DRZ'),
                                       NOM_CHAM='FORC_NODA',
                                       OPERATION=('EXTRACTION', ),
                                       POINT=coord_izq,
                                       RESULTANTE=('DX', 'DY', 'DZ'),
                                       RESULTAT=RESVF[iter]),
                              _F(GROUP_NO=('desp_der', ),
                                       INTITULE='for_der',
                                       MOMENT=('DRX', 'DRY', 'DRZ'),
                                       NOM_CHAM='FORC_NODA',
                                       OPERATION=('EXTRACTION', ),
                                       POINT=coord_der,
                                       RESULTANTE=('DX', 'DY', 'DZ'),
                                       RESULTAT=RESVF[iter],)))

TT_l=tbl1[iter].EXTR_TABLE()
aa_l=TT_l.values()
fx_l=aa_l['RESULT_X']
fy_l=aa_l['RESULT_Y']
fz_l=aa_l['RESULT_Z']
MX_l=aa_l['MOMENT_X']
MY_l=aa_l['MOMENT_Y']
MZ_l=aa_l['MOMENT_Z']

```

*Ilustración 69: Análisis local con grieta parte V*  
Fuente: Propia

Por último, las fuerzas extraídas se ordenan y se obtiene el vector de fuerzas “rn” y las fuerzas de compensación “Pn” con lo cual se define si el problema converge o se requiere hacer una iteración. El vector de fuerzas “rn” se calcula como la fuerza resultante global menos la fuerza local menos la fuerza de compensación. Además, se destruyen archivos creados durante el proceso de propagación de la fisura (Ilustración 70).

```

f_local_izq=np.array([(fx_l[0],fy_l[0],fz_l[0],MX_l[0],MY_l[0],MZ_l[0])
f_local_izq=f_local_izq.T
f_local_der=np.array([(fx_l[1],fy_l[1],fz_l[1],MX_l[1],MY_l[1],MZ_l[1])
f_local_der=f_local_der.T

rn_izq=f_global_izq.T-f_local_izq-Pn_izq
rn_der=f_global_der.T-f_local_der-Pn_der

rn=np.concatenate((rn_izq,rn_der),axis=0)#juntar

IMPR_TABLE(FORMAT='TABLEAU',
            TABLE=tbl1[iter],
            UNITE=8)

IMPR_RESU (FORMAT = 'MED',
            RESU = _F (RESULTAT=REVI[iter],
                       MAILLAGE=MAVI[iter],
                       NOM_RESU_MED= "Ul_%s" %(iter)),
            UNITE=81);

DETRUIRE (CONCEPT=_F(NOM=FISS[:]),,)
DETRUIRE (CONCEPT=_F(NOM=MO[:]),,)
DETRUIRE (CONCEPT=_F(NOM=MOX[:]),,)
DETRUIRE (CONCEPT=_F(NOM=CHM[:]),,)
DETRUIRE (CONCEPT=_F(NOM=CHAR[:]),,)
DETRUIRE (CONCEPT=_F(NOM=UTOT[:]),,)
DETRUIRE (CONCEPT=_F(NOM=SIF[:]),,)

```

*Ilustración 70: Análisis local con grieta parte VI*  
Fuente: Propia

### 3.3.7 Cálculo de error y fuerzas de compensación

El último paso es generar las líneas de código que permitan la iteración del problema, como fue mencionado antes para que el problema itere se compara el error del vector de fuerzas “rn” con la tolerancia. En la Ilustración 71, lo primero es calcular el error para la iteración cero, en la que se define un “r<sub>0</sub>” igual al “rn” obtenido de los análisis, de esa forma al calcular el error como la norma de “rn” dividido en la norma de r<sub>0</sub>, entrega un error de uno, pero en la segunda iteración solo se actualiza “rn” y “r<sub>0</sub>” queda como un valor fijo de normalización del error.

En cuanto a las fuerzas de compensación, se definen según el acelerador Aitken, pero en resumen la fuerza de compensación es la suma de la fuerza “Pn” de la iteración anterior más la fuerza “rn” de la iteración actual junto con los arreglos según el valor que tenga el parámetro Aitken.

```

if iter==0:
    r0=rn
    error=np.linalg.norm(rn)/np.linalg.norm(r0)
else:
    error=np.linalg.norm(rn)/np.linalg.norm(r0)
if Aitken==0 :
    mu=0.5;
    pn_antl=Pn;
    Pn=Pn+rn
    Pn=mu*Pn+(1-mu)*pn_antl
else :
    if iter==0 :
        mu=1;
        pn_antl=Pn;
        Pn=Pn+rn
        Pn=mu*Pn+(1-mu)*pn_antl
    else:
        if iter==1:
            mu=1;
            mu_ant=mu;
            pn_antl=Pn;
            Pn=Pn+rn
            Pn=mu*Pn+(1-mu)*pn_antl
        else :
            mu_ant=mu;
            mu=-mu_ant*np.dot(np.transpose(rn_ant),(rn-rn_ant)) / (np.linalg.norm((rn-rn_ant))**2)
            mu=np.asscalar(mu)
            pn_antl=Pn;
            Pn=Pn+rn
            Pn=mu*Pn+(1-mu)*pn_antl

```

*Ilustración 71: Cálculo de error y fuerzas de compensación  
Fuente: Propia*

Por último, en la Ilustración 72 se muestran las líneas finales del código donde guardan datos en archivos y se muestran resultados.

```

print(iter)
print(error)
print(mu)
print('-----')

iter=iter+1

f = open(archivo_parc_1, "r")
contents = f.readlines()
f.close()

rn_print=rn[:,0]
contents.insert(1, ("%s,%s,%s\n" % (iter,error,mu)))
f = open(archivo_parc_1, "w")
contents = "".join(contents)
f.write(contents)
f.close()

f = open(archivo_parc_1, "r")
contents = f.readlines()
f.close()
contents.insert(1, ("-----\n"))
f = open(archivo_parc_1, "w")
contents = "".join(contents)
f.write(contents)
f.close()

FIN()

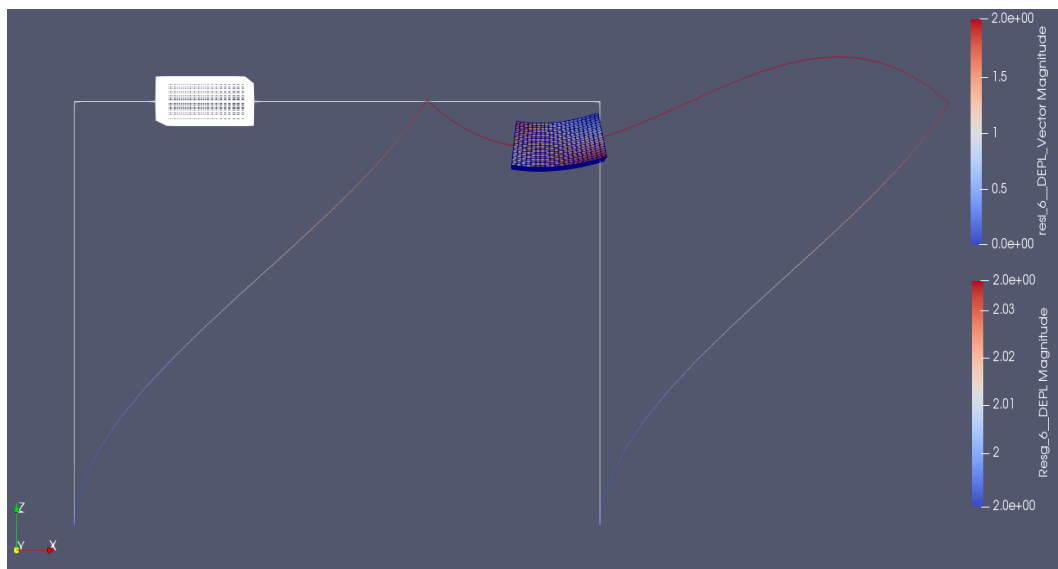
```

*Ilustración 72: Finalización del código  
Fuente: Propia*

## CAPÍTULO IV: RESULTADOS Y ANÁLISIS

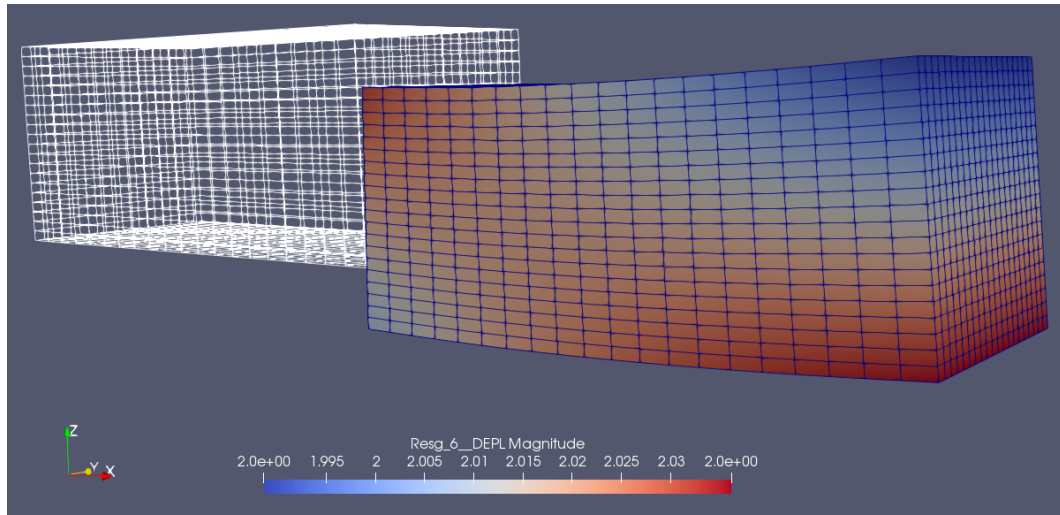
### 4.1 Resultados solución sin grieta análisis lineal global-local

En la Ilustración 73, se presenta la solución grafica de los desplazamientos obtenidos de analizar el problema global-local con un modelo local de una longitud de quinientos milímetros. Cabe mencionar que, los desplazamientos obtenidos fueron pequeños, por ende, se generó un vector con las herramientas proporcionadas por el módulo Paravis y se aplicó un factor de escala de mil para tener una imagen más clara de cómo se deforma el pórtico (estructura con escala de colores) y se pudiera comparar con el estado inicial de la estructura (estructura en color blanco). Un aspecto para destacar es que el modelo global (barras) pasa exactamente por el centro del modelo local, lo que indica que hay un buen acople entre ambos modelos.



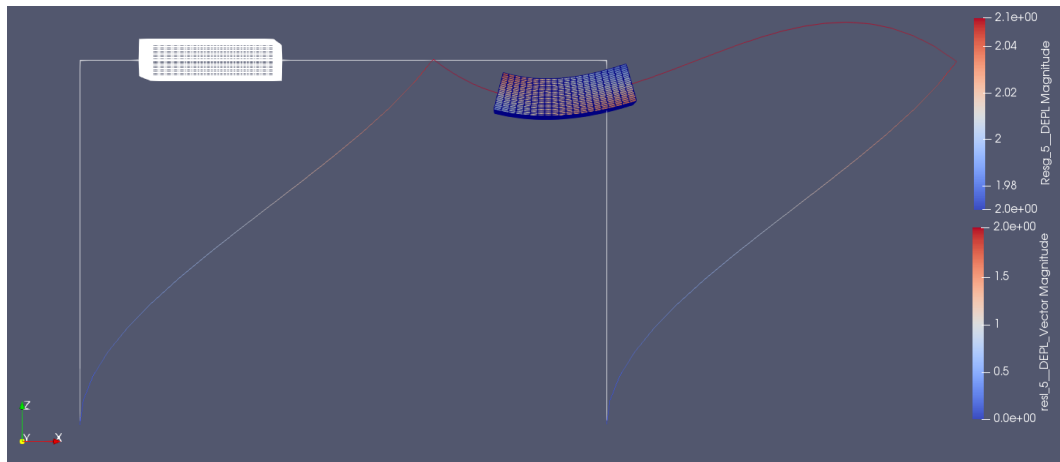
*Ilustración 73: Resultado análisis global-local sin grieta con modelo local de 500*  
*Fuente: Propia*

Si se analiza la Ilustración 74, se puede ver el modelo local en un estado inicial (color blanco) y la deformada con un factor de escala de doscientos cincuenta, destacando que la deformación de la viga 3D es la esperada en base a la teoría de viga de Bernoulli Euler al ser sometida a un momento flector (Ilustración 44) y que los puntos donde ocurre el desplazamiento máximo coinciden con lo esperado.

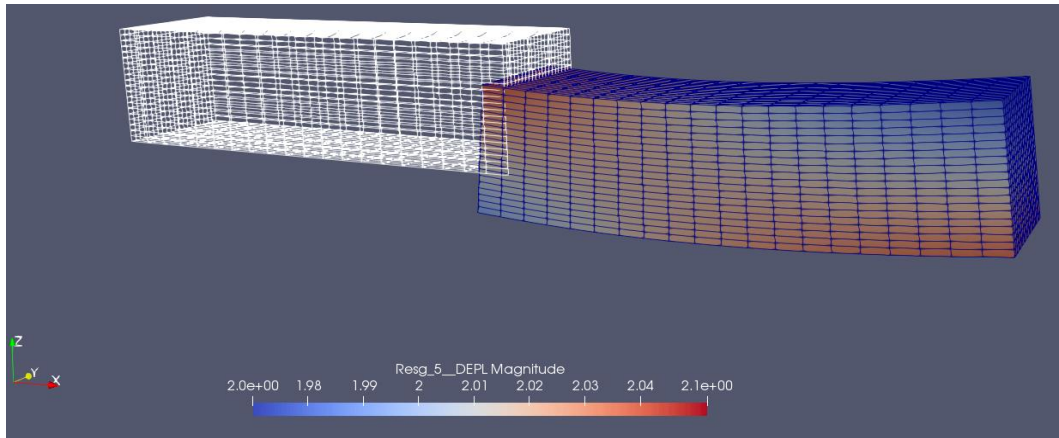


*Ilustración 74: Visualización resultados modelo local 500 sin grieta*  
*Fuente: Propia*

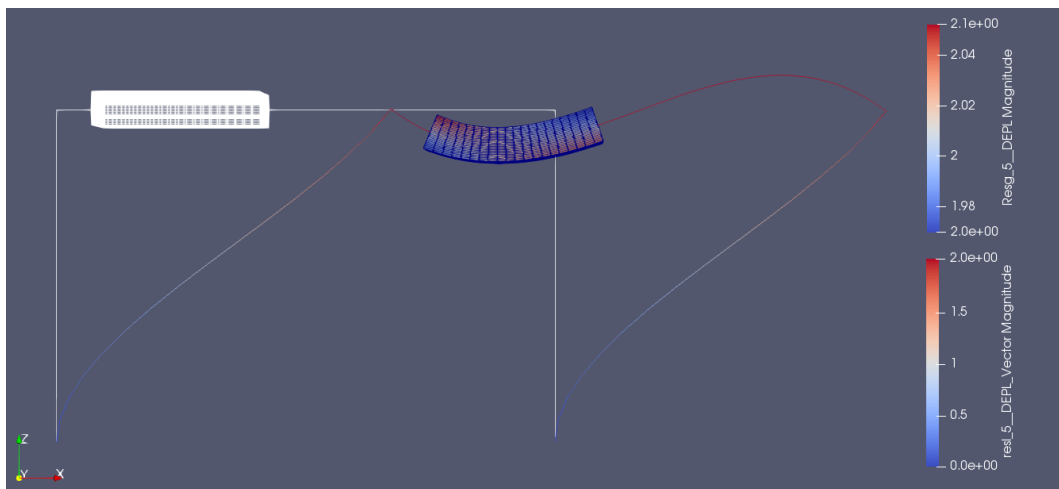
La Ilustración 75 e Ilustración 76, muestran los resultados del análisis global-local con un modelo local de setecientos cincuenta, mientras que en las Ilustración 77 e Ilustración 78 los resultados del modelo local de mil. En ambos casos es aplicable la descripción de los resultados del modelo local de quinientos.



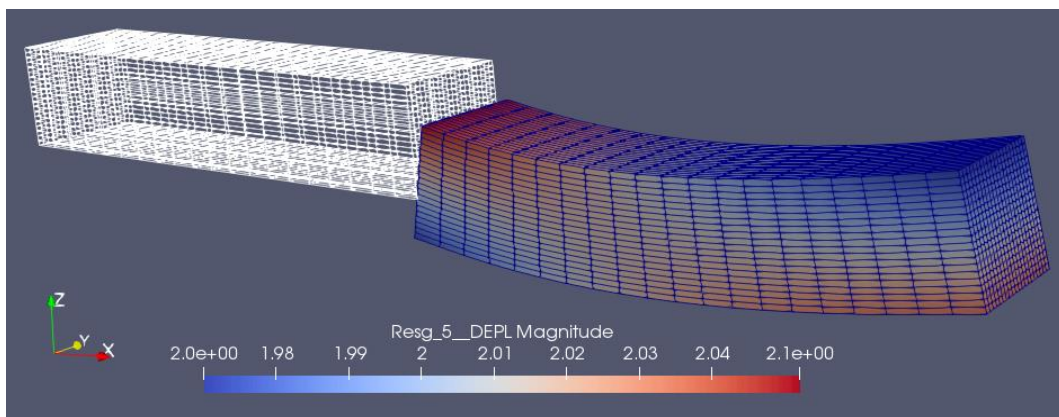
*Ilustración 75: Resultado análisis global-local sin grieta con modelo local de 750*  
*Fuente: Propia*



*Ilustración 76: Visualización resultados modelo local 750 sin grieta  
Fuente: Propia*



*Ilustración 77: Resultado análisis global-local sin grieta con modelo local de 1000  
Fuente: Propia*



*Ilustración 78: Visualización resultados modelo local 1000 sin grieta  
Fuente: Propia*



En resumen, los tres modelos entregan una buena solución del problema, la diferencia radica en el número de iteraciones en que es resuelto cada problema (Tabla 2). Estos resultados serán comentados en el apartado de análisis de resultados.

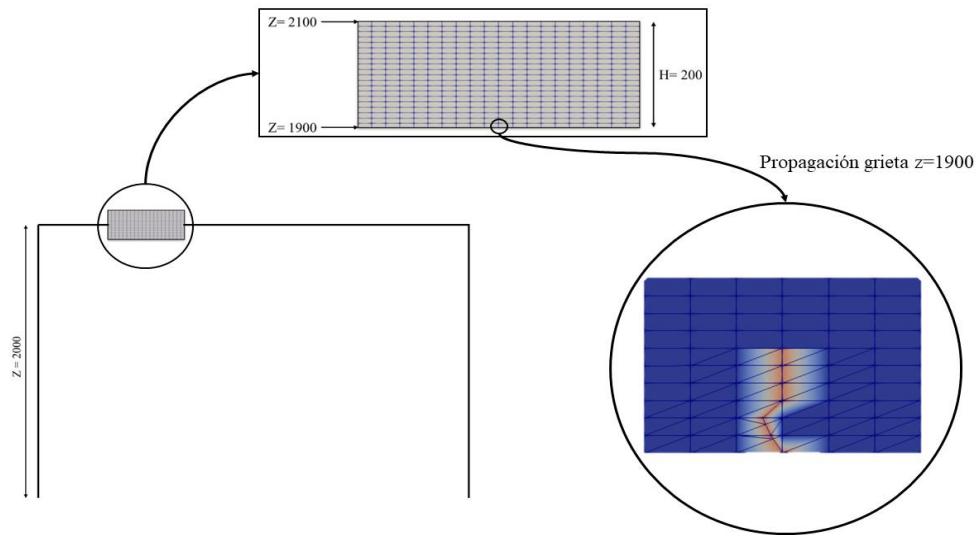
*Tabla 2: Número de iteraciones y error obtenido en el análisis global-local Primal-Dual lineal*

Análisis global-local Primal-Dual lineal					
Modelo local 500		Modelo local 750		Modelo local 1000	
Iteración	Error	Iteración	Error	Iteración	Error
1	1	1	1	1	1
2	0,28244891	2	0,12322406	2	0,04347117
3	0,08280349	3	0,01639443	3	0,00213231
4	8,17E-05	4	4,83E-05	4	5,24E-05
5	3,25E-05	5	7,35E-06	5	2,72E-06
6	1,67E-06	6	3,00E-07	6	1,24E-07
7	3,12E-11	-	-	-	-

## 4.2 Resultados solución con grieta análisis global-local

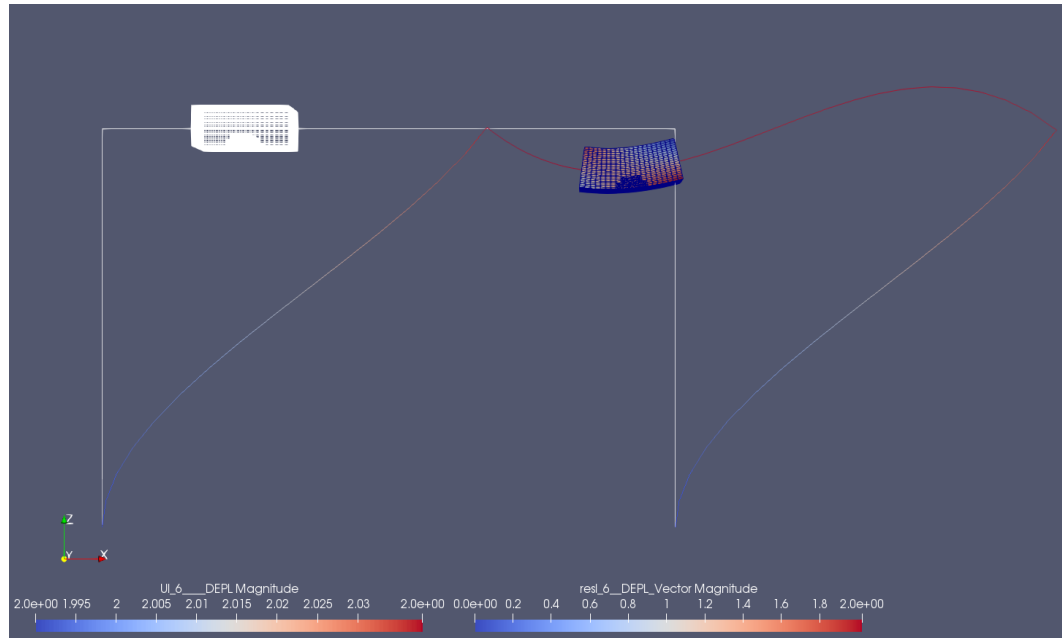
### 4.2.1. Modelo con grieta ubicada en Z=1900

En la Ilustración 79, se presenta un esquema del análisis realizado para la grieta ubicada en  $z=1900$ . Como fue descrito antes, el pórtico (modelo global) tiene una altura de 2000 mm y dicha cota debe coincidir con el centro del modelo local que tiene una altura de 200 mm. Entonces, el valor de  $z$  indica según el sistema coordinado la distancia que hay desde el punto de origen y donde se considera el inicio de propagación de la grieta.



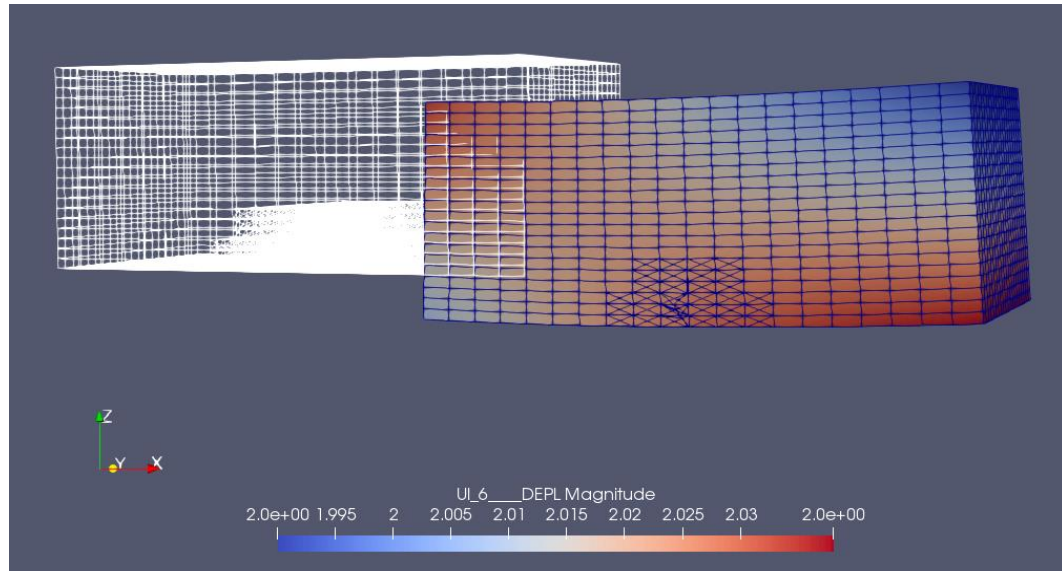
*Ilustración 79: Ubicación grieta  $z=1900$   
Fuente: Propia*

La Ilustración 80, muestra la solución gráfica del problema de crecimiento de grietas con análisis global-local utilizando un modelo local de quinientos milímetros. Los desplazamientos obtenidos del análisis fueron pequeños, por lo que se utilizó el vector de representación con una amplificación de mil. Al igual que en los casos anteriores, la estructura de color blanco es el estado inicial, mientras que la que presenta escala de colores es la deformada. También, se sigue visualizando un buen acople entre el modelo global y local, dado que los elementos 1D estarían pasando por el centroide de la sección en la estructura deformada.



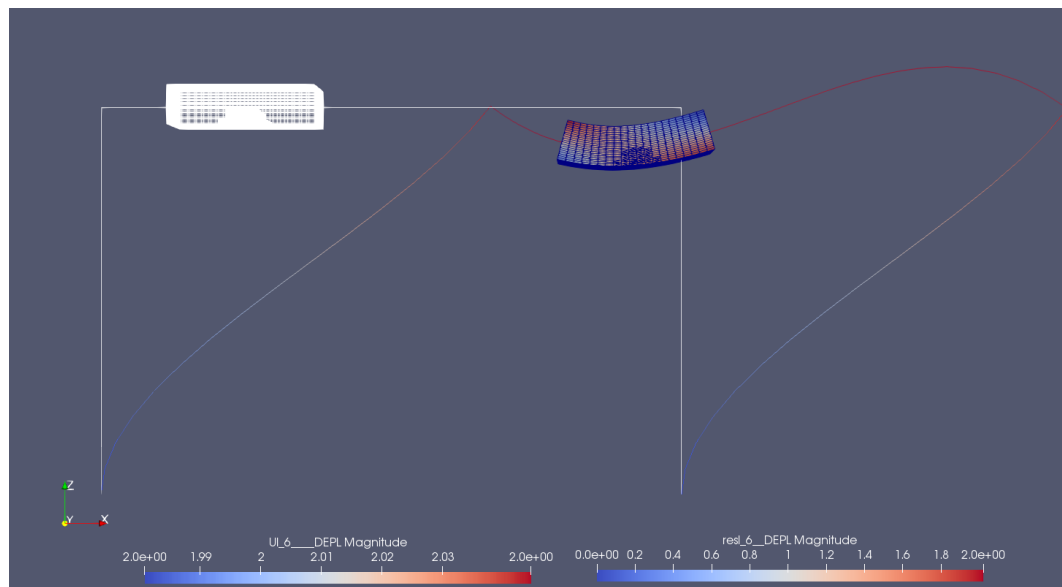
*Ilustración 80: Resultado análisis global-local con grieta en  $z=1900$   
con modelo local de 500  
Fuente: Propia*

En la Ilustración 81, se presenta la deformada del modelo local con un factor de escala de doscientos cincuenta, donde al igual que en el análisis sin grieta se logra apreciar una deformación esperada a la teoría. Además, se puede identificar una pequeña grieta en el centro de la zona inferior de la viga, junto con una modificación de los elementos que forman la malla (triángulos en el plano  $xz$ ) indicando que esos elementos fueron analizados por el XFEM para los posibles siguientes pasos de propagación.

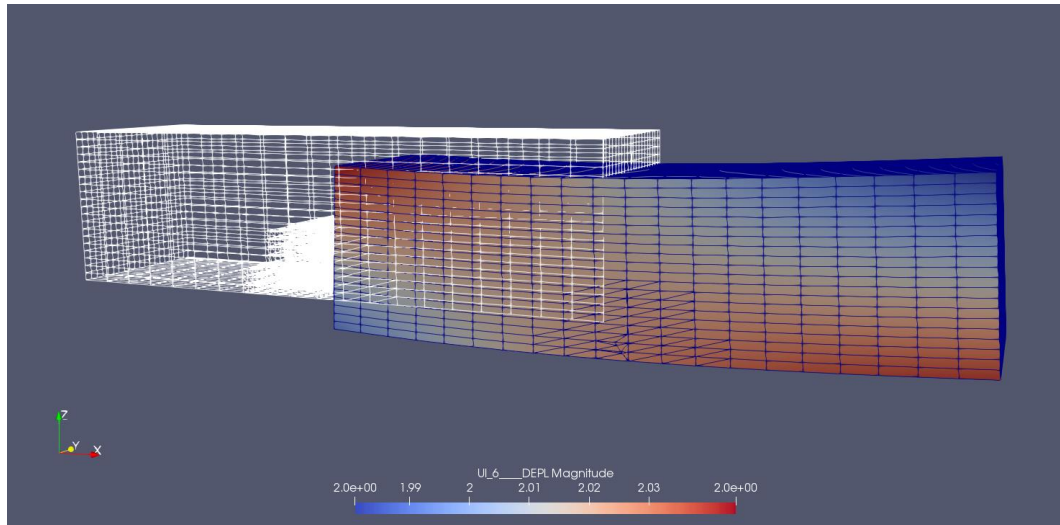


*Ilustración 81: Visualización resultados modelo local 500 con grieta en  $z=1900$   
Fuente: Propia*

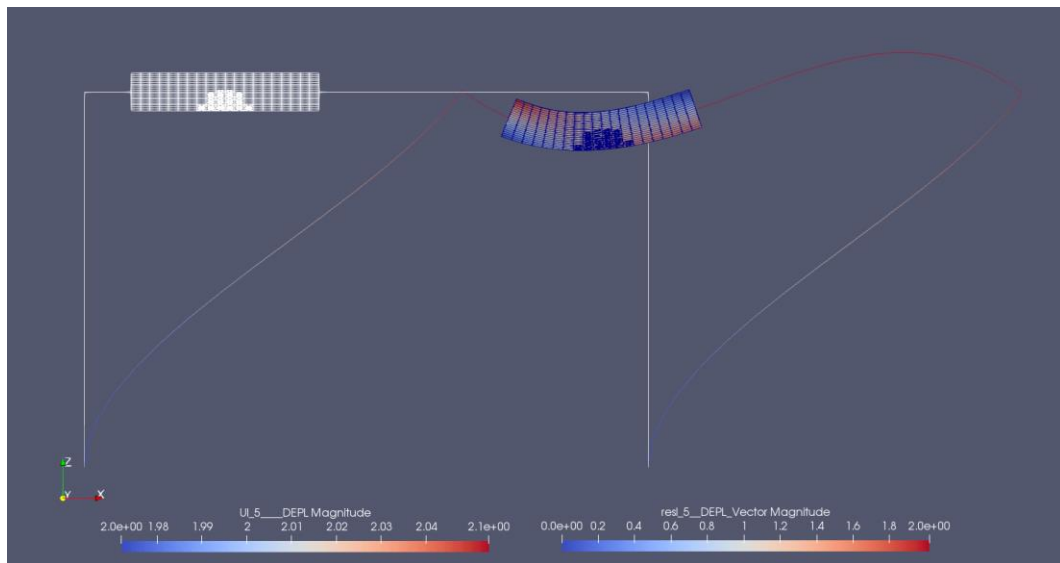
En la Ilustración 82 e Ilustración 83, se muestran los resultados del análisis global-local con un modelo local de setecientos cincuenta, mientras que en las Ilustración 84 e Ilustración 85 los resultados del modelo local de mil. En ambos casos es aplicable la descripción de los resultados del modelo local de quinientos.



*Ilustración 82: Resultado análisis global-local con grieta en  $z=1900$   
con modelo local de 750  
Fuente: Propia*



*Ilustración 83: Visualización resultados modelo local 750 con grieta en  $z=1900$   
Fuente: Propia*



*Ilustración 84: Resultado análisis global-local con grieta en  $z=1900$   
con modelo local de 1000  
Fuente: Propia*

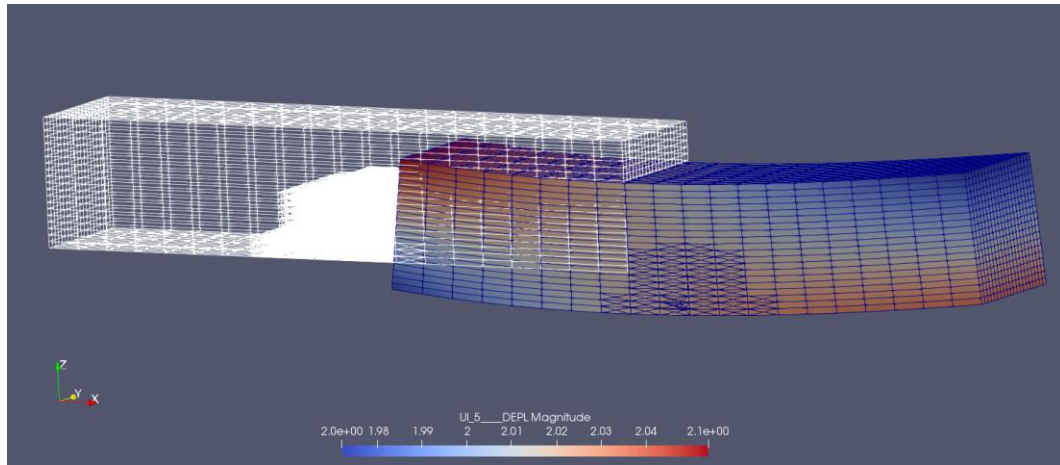


Ilustración 85: Visualización resultados modelo local 1000 con grieta en  $z=1900$

Fuente: Propia

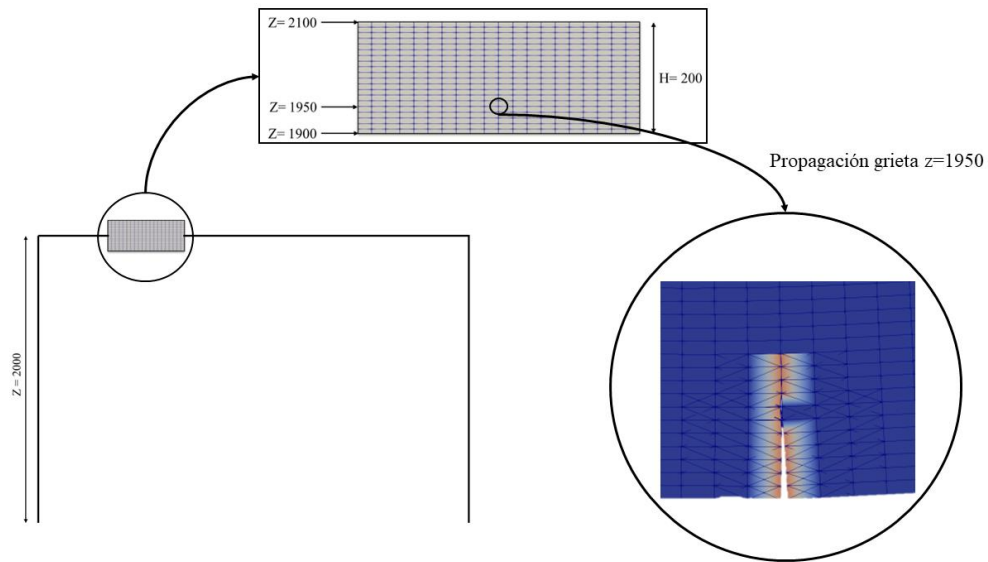
En resumen, los tres modelos entregan una buena solución del problema al haber un crecimiento de grietas, pero se diferencian en el número de iteraciones en que se resuelve cada problema (Tabla 3). Estos resultados serán comentados en el apartado de análisis de resultados.

Tabla 3: Número de iteraciones y error obtenido en el análisis global-local Primal-Dual con grieta ubicada en  $z=1900$  y  $NPS=3$

Análisis global-local Primal-Dual, gr.z=1900, XFEM, NPS=3 pasos prop.					
Modelo local 500		Modelo local 750		Modelo local 1000	
Iteración	Error	Iteración	Error	Iteración	Error
1	1	1	1	1	1
2	0,30520035	2	0,15857876	2	0,09689197
3	0,09253324	3	0,02409654	3	0,00654131
4	5,18E-04	4	1,10E-04	4	1,53E-04
5	2,33E-04	5	7,10E-06	5	6,16E-06
6	1,04E-06	6	1,21E-06	6	5,54E-07
7	3,05E-08	7	2,15E-09	-	-

#### 4.2.2. Modelo con grieta ubicada en $Z=1950$

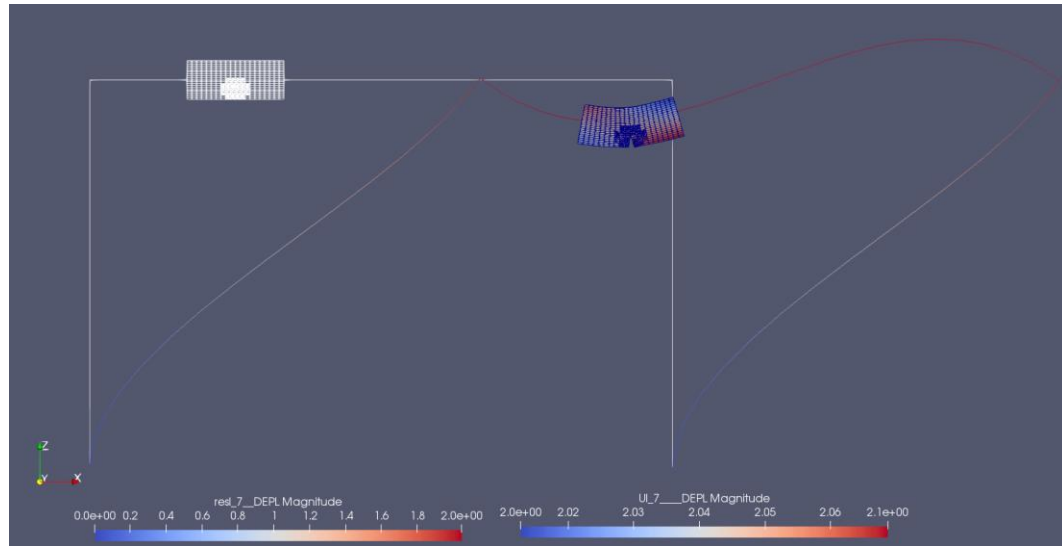
En la Ilustración 86 se presenta el esquema correspondiente del análisis realizado para la grieta ubicada en  $z=1950$ . En este caso existe una grieta previa hasta el punto especificado y desde ahí se analiza la propagación.



*Ilustración 86: Ubicación grieta  $z=1950$*

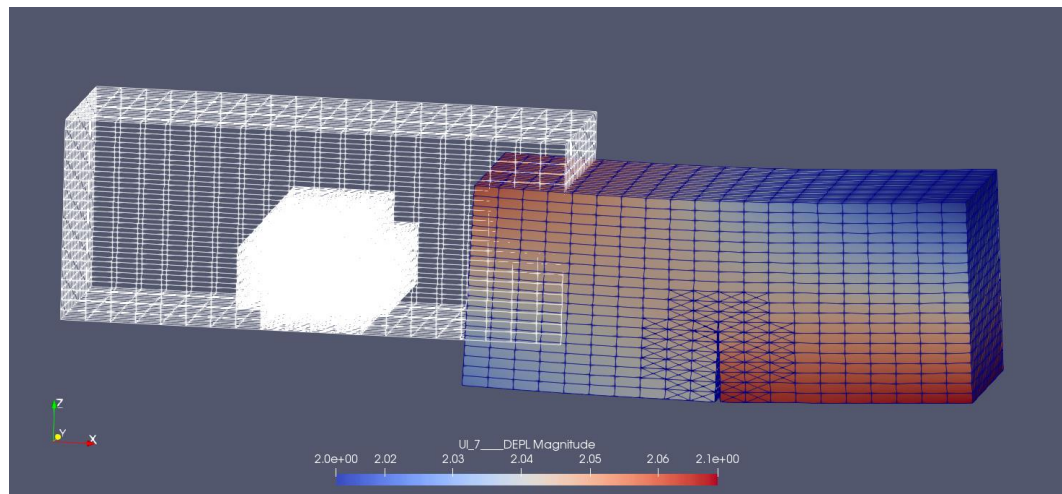
*Fuente: Propia*

Por otro lado la Ilustración 87, presenta la solución gráfica del problema de crecimiento de grietas con análisis global-local utilizando un modelo local de quinientos milímetros. La grieta estaba ubicada a una altura de 1950 mm, lo que se traduce en que existía una grieta de 50 mm en comparación al modelo con grieta en 1900 mm. Los desplazamientos obtenidos del análisis fueron pequeños, por lo que se utilizó una amplificación de mil. Al igual que los casos anteriores, la estructura de color blanco es el estado inicial, mientras que la que presenta escala de colores es la deformada. También, se sigue visualizando un buen acople entre el modelo global y local, dado que los elementos 1D estarían pasando por el centroide de la sección en la estructura deformada.



*Ilustración 87: Resultado análisis global-local con grieta en  $z=1950$  con modelo local de 500*  
 Fuente: Propia

En la Ilustración 88, se presenta la deformada del modelo local con un factor de escala de doscientos, donde logra apreciar una deformación esperada a la teoría. Además, se puede ver como la grieta llega hasta casi el centro de la sección. También, hay una modificación de los elementos que forman la malla (triángulos en el plano xz), ya que esos elementos son analizados para evaluar la posible propagación de la grieta.

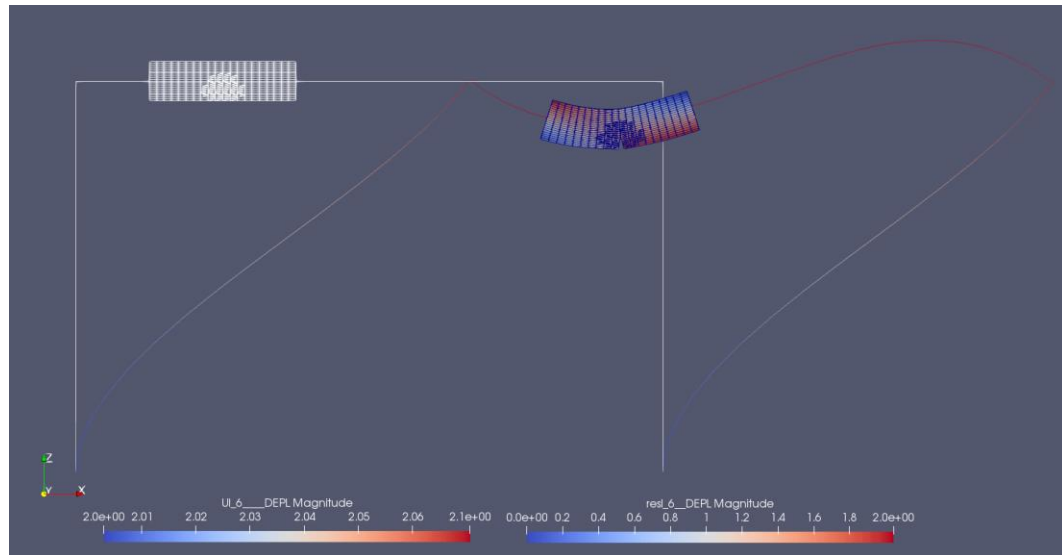


*Ilustración 88: Visualización resultados modelo local 500 con grieta en  $z=1950$*   
 Fuente: Propia

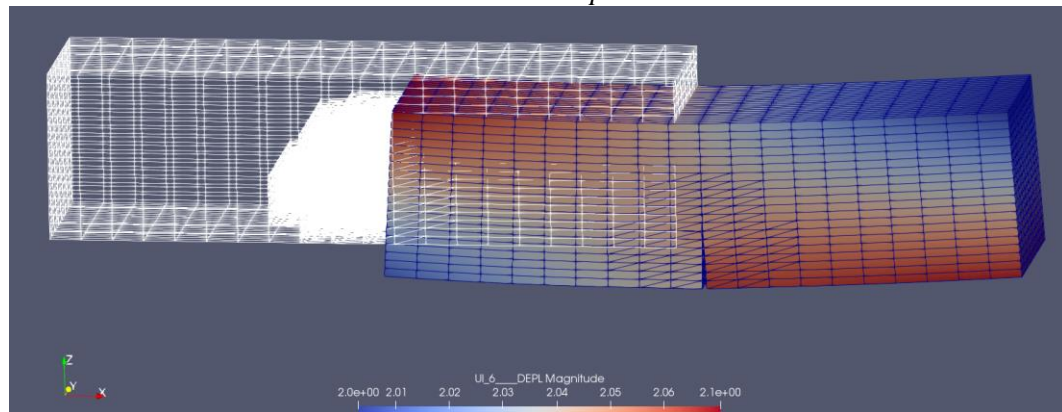
En la Ilustración 89 e Ilustración 90, se muestran los resultados del análisis global-local con un modelo local de setecientos cincuenta, mientras que en las Ilustración 91 e Ilustración 92



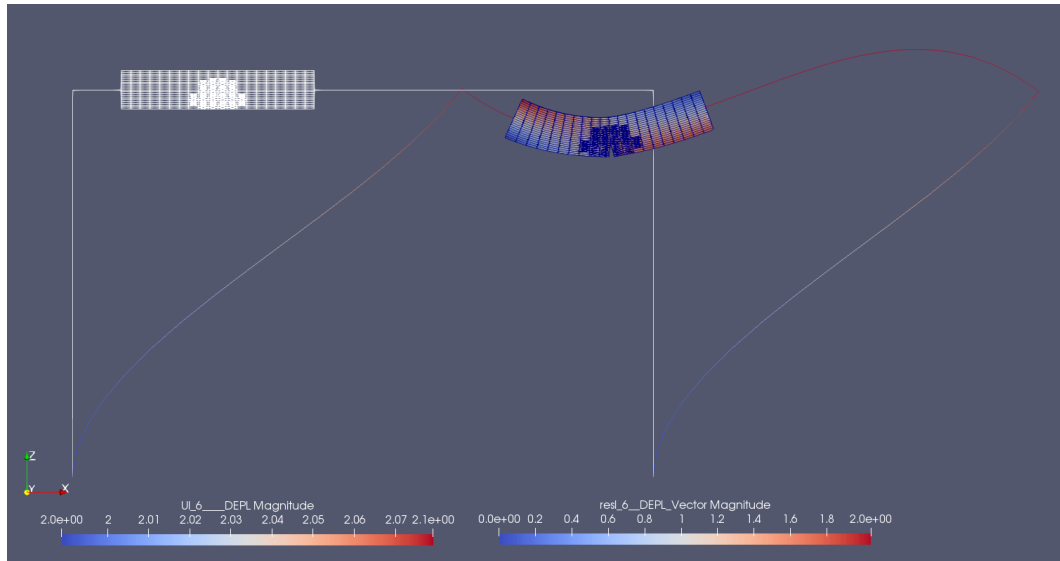
los resultados del modelo local de mil. En ambos casos es aplicable la descripción de los resultados del modelo local de quinientos.



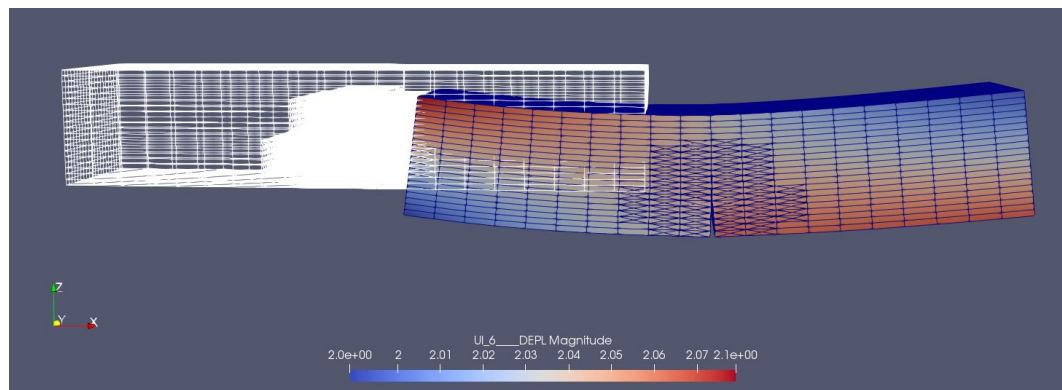
*Ilustración 89: Resultado análisis global-local con grieta en  $z=1950$  con modelo local de 750  
Fuente: Propia*



*Ilustración 90: Visualización resultados modelo local 750 con grieta en  $z=1950$   
Fuente: Propia*



*Ilustración 91: Resultado análisis global-local con grieta en  $z=1950$  con modelo local de 1000*  
*Fuente: Propia*



*Ilustración 92: Visualización resultados modelo local 1000 con grieta en  $z=1950$*   
*Fuente: Propia*

Los tres modelos entregan soluciones idénticas, sin embargo, el número de iteraciones en que se resuelve cada problema varía (Tabla 4). Estos resultados serán comentados en el apartado de análisis de resultados.

Tabla 4: Número de iteraciones y error obtenido en el análisis global-local Primal-Dual con grieta ubicada en  $z=1950$  y  $NPS=3$

Análisis global-local Primal-Dual, gr.z=1950, XFEM, NPS=3 pasos prop.					
Modelo local 500		Modelo local 750		Modelo local 1000	
Iteración	Error	Iteración	Error	Iteración	Error
1	1	1	1	1	1
2	0,33358851	2	0,23021476	2	0,18461301
3	0,10466228	3	0,05048892	3	0,03045031
4	1,36E-03	4	1,08E-03	4	2,18E-04
5	1,89E-05	5	1,01E-04	5	2,01E-05
6	4,57E-06	6	3,06E-06	6	1,23E-06
7	1,59E-06	7	7,86E-08	7	2,38E-08
8	1,51E-08	-	-	-	-

#### 4.2.3. Modelo con grieta ubicada en $Z=2000$

La representación del caso con grieta ubicada en  $z=2000$  está dado por Ilustración 93. Al igual que en el caso de  $z=1950$  existe una grieta previa hasta el punto especificado y desde ahí se analiza la propagación.

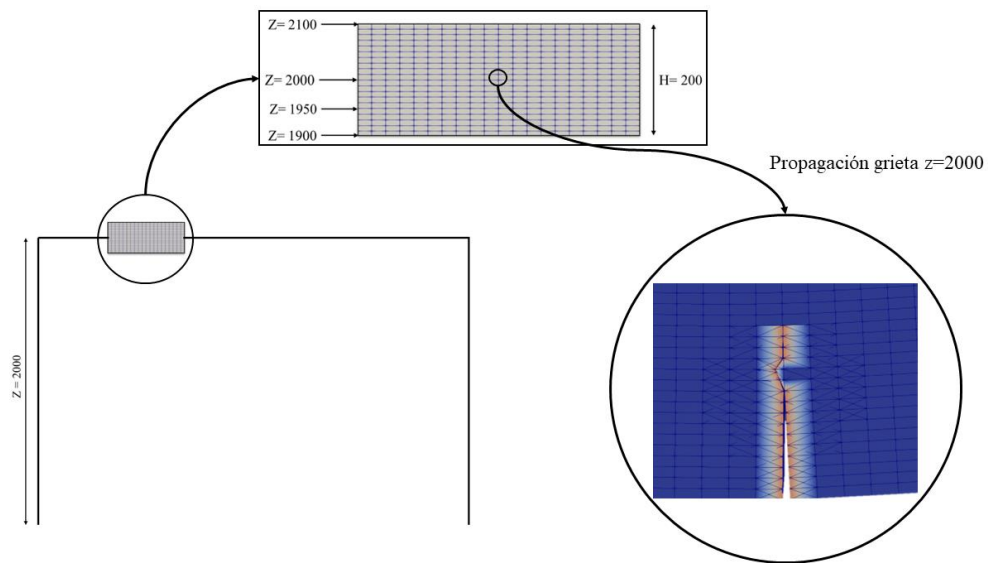
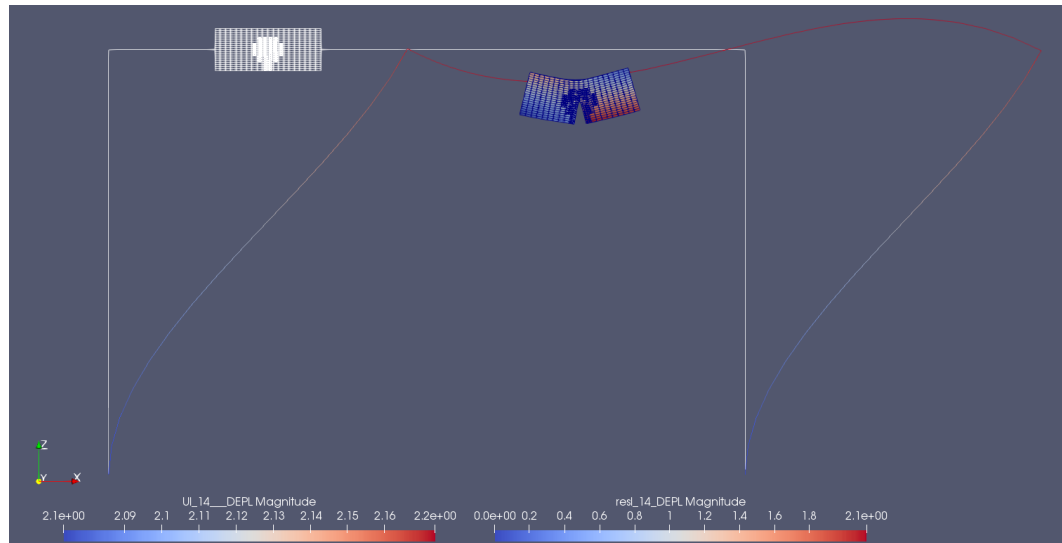


Ilustración 93: Ubicación grieta  $z=2000$   
Fuente: Propia

La Ilustración 94 presenta la solución gráfica del problema de crecimiento de grietas con análisis global-local utilizando un modelo local de quinientos milímetros y una grieta

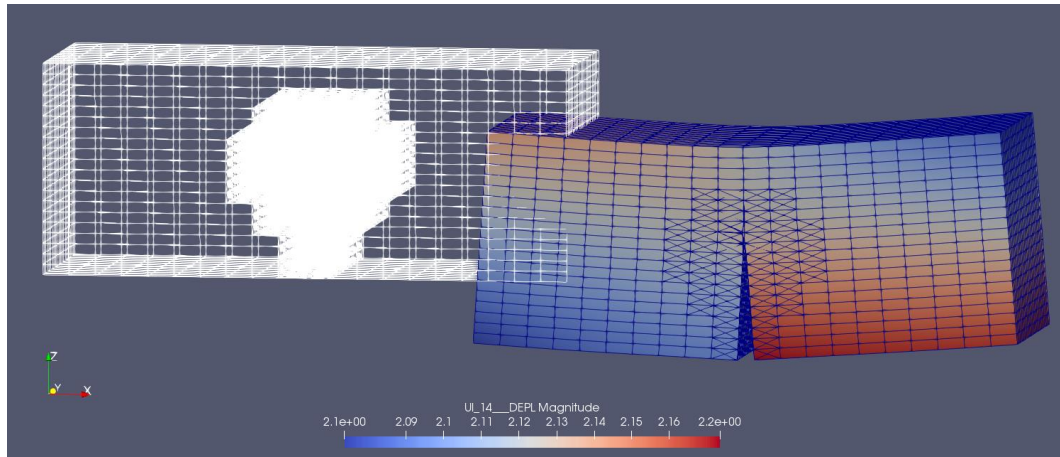
existente hasta la mitad de la sección. Los desplazamientos obtenidos del análisis fueron pequeños, por lo que se utilizó una amplificación de setecientos. Al igual que los casos anteriores, la estructura de color blanco es el estado inicial, mientras que la que presenta escala de colores es la deformada. También, se sigue visualizando un buen acople entre el modelo global y local, dado que los elementos 1D estarían pasando por el centroide de la sección en la estructura deformada.



*Ilustración 94: Resultado análisis global-local con grieta en  $z=2000$  con modelo local de 500*

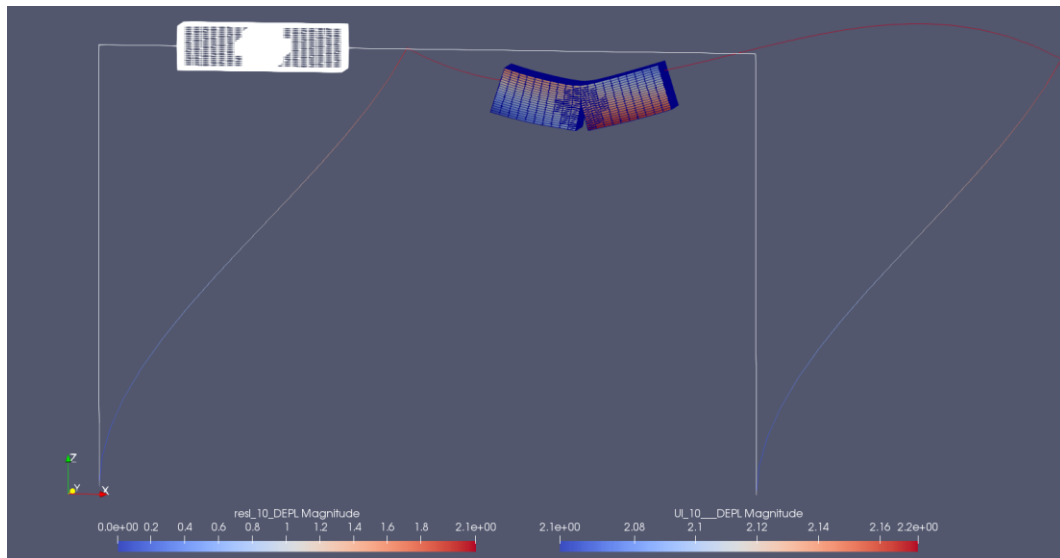
*Fuente: Propia*

La Ilustración 95, contiene la deformada del modelo local con un factor de escala de doscientos, apreciando una deformación esperada a la teoría. Además, se puede ver como la grieta sobrepasa la mitad de la sección; y al igual que en los casos anteriores se logra apreciar la modificación de los elementos que forman la malla.

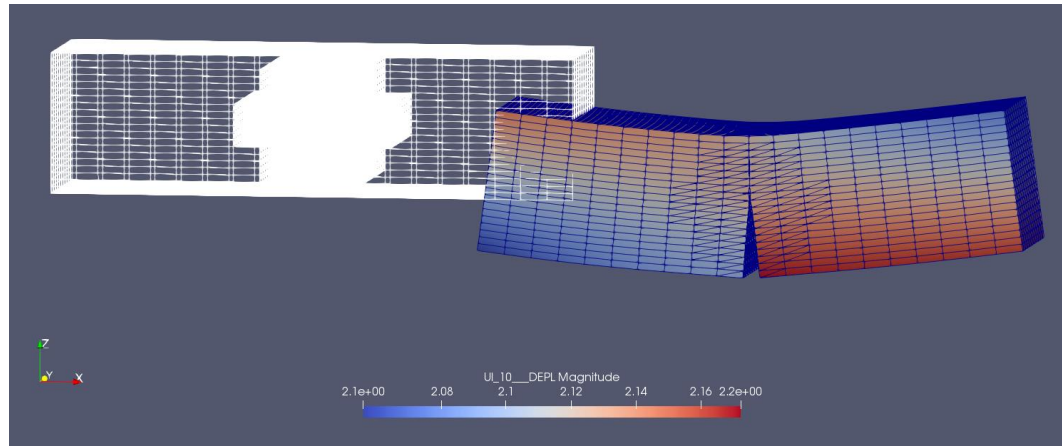


*Ilustración 95: Visualización resultados modelo local 500 con grieta en  $z=2000$   
Fuente: Propia*

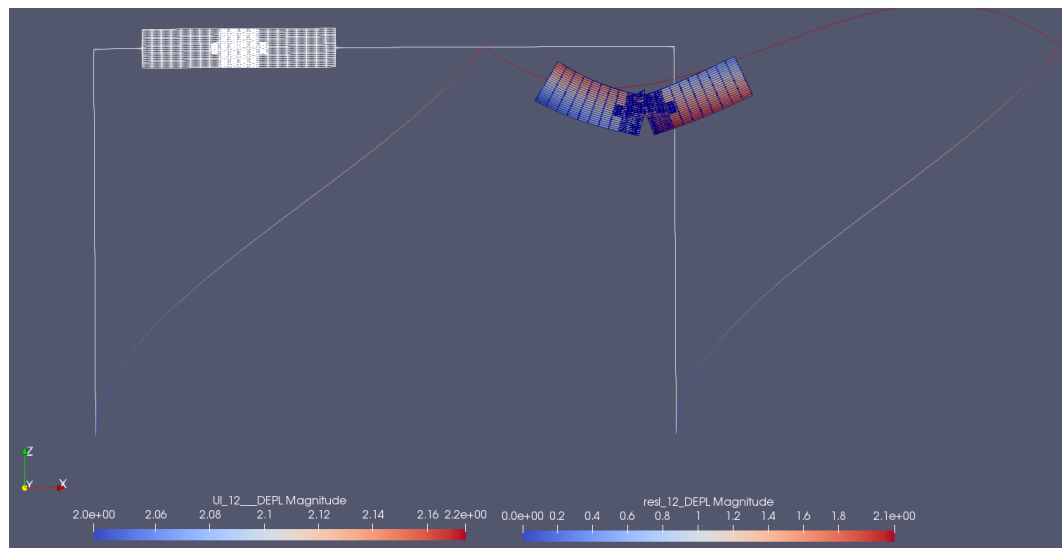
Las Ilustraciones Ilustración 96, Ilustración 97 y Ilustración 98, Ilustración 99, presentan los resultados del análisis global-local con un modelo de setecientos cincuenta y mil, respectivamente. En ambos casos es aplicable la descripción de los resultados del modelo local de quinientos.



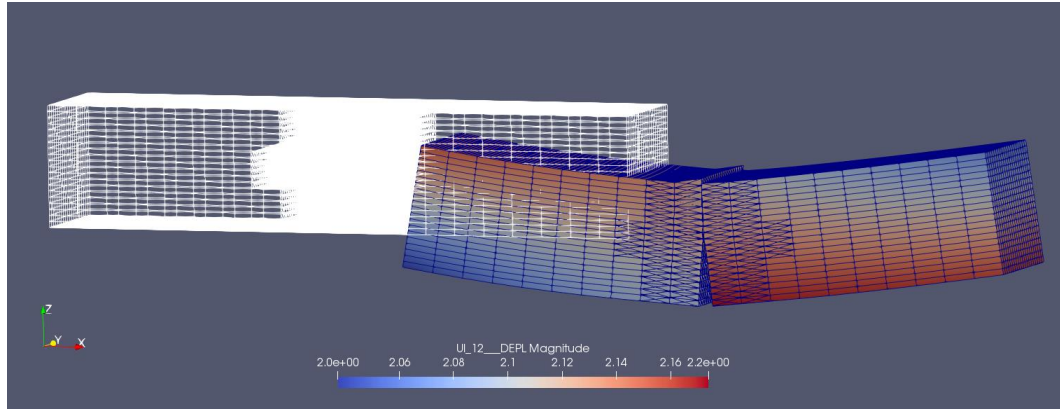
*Ilustración 96: Resultado análisis global-local con grieta en  $z=2000$   
con modelo local de 750  
Fuente: Propia*



*Ilustración 97: Visualización resultados modelo local 750 con grieta en  $z=2000$   
Fuente: Propia*



*Ilustración 98: Resultado análisis global-local con grieta en  $z=2000$   
con modelo local de 1000  
Fuente: Propia*



*Ilustración 99: Visualización resultados modelo local 1000 con grieta en  $z=2000$   
Fuente: Propia*

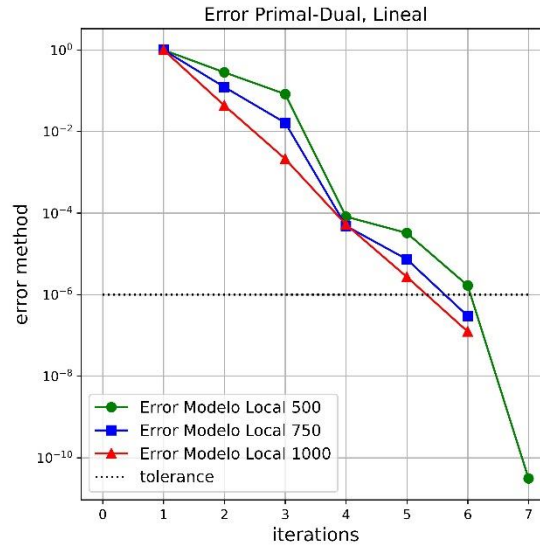
En la Tabla 5, se presentan el número de iteraciones en que se resuelve cada problema junto con su error. Estos resultados serán comentados en el apartado de análisis de resultados.

*Tabla 5: Número de iteraciones y error obtenido en el análisis global-local Primal-Dual con grieta ubicada en  $z=2000$  y  $NPS=3$*

Análisis global-local Primal-Dual, gr.z=2000, XFEM, NPS=3 pasos prop.					
Modelo local 500		Modelo local 750		Modelo local 1000	
Iteración	Error	Iteración	Error	Iteración	Error
1	1	1	1	1	1
2	0,67945505	2	0,55678573	2	0,43319176
3	0,48093222	3	0,34451191	3	0,2492574
4	6,60E-02	4	3,82E-03	4	6,11E-02
5	6,36E-02	5	1,07E-02	5	2,50E-02
6	1,58E-02	6	3,30E-03	6	1,02E-02
7	4,71E-03	7	6,31E-05	7	5,21E-04
8	1,06E-03	8	1,80E-05	8	8,33E-05
9	0,00018792	9	7,54E-06	9	4,64E-05
10	9,34E-05	10	2,82E-06	10	1,77E-05
11	4,20E-05	11	4,88E-08	11	2,90E-06
12	2,76E-05	-	-	12	1,98E-06
13	2,94E-05	-	-	13	2,40E-07
14	5,89E-06	-	-	-	-
15	9,18E-07	-	-	-	-

### 4.3 Análisis de resultados

El Gráfico 1, muestra las curvas de error versus el número de iteraciones obtenidas en el análisis lineal para los distintos modelos locales; en este se puede ver que el modelo local de mil converge en seis iteraciones igual que el modelo de setecientos cincuenta, pero con un error menor. Por otro lado, el modelo local de quinientos entrega un error menor que los otros dos modelos, pero en una iteración más.



*Gráfico 1: Comparación convergencia problema lineal con distintos modelos locales*

En el Gráfico 2. se pueden ver las curvas error versus la iteración de los tres modelos en el problema con propagación de grietas cuya inicialización era el punto  $z=1900$ . Al igual que en el caso del problema lineal, el modelo de mil converge en una menor cantidad de iteraciones que los otros dos, lo que a su vez se traduce en que se alcanzó un error mayor, pero siendo más eficiente.



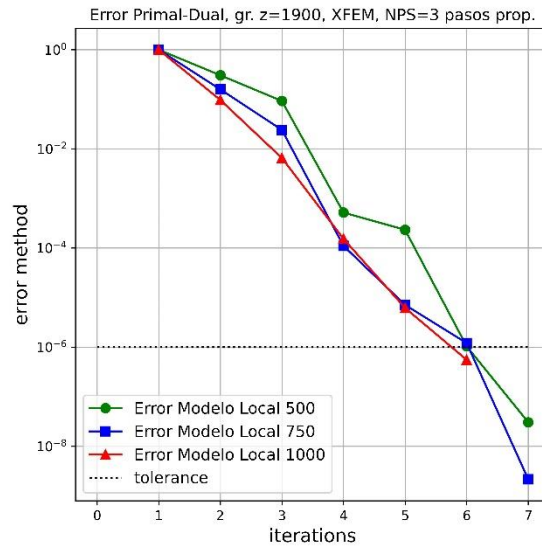


Gráfico 2: Comparación convergencia Primal-Dual con grieta en  $z=1900$

El análisis descrito para el Gráfico 2, es también aplicable al Gráfico 3 con la diferencia de que el modelo local de mil y setecientos cincuenta convergen en la misma cantidad de iteraciones, pero el primero de estos presenta un error menor. En otras palabras, sigue siendo una mejor convergencia el modelo local de mil, ya que incluso viendo la penúltima iteración el modelo de mil queda bordeando la recta de tolerancia.

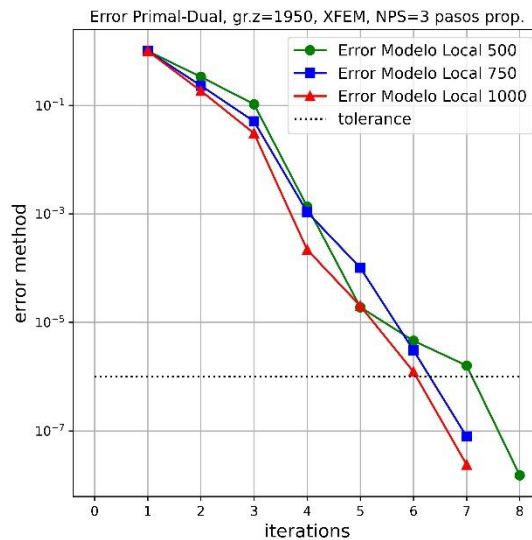


Gráfico 3: Comparación convergencia Primal-Dual con grieta en  $z=1950$

En el caso de la ubicación de la grieta en el centro de la sección ( $z=2000$ ), se tienen resultados distintos a los otros casos, ya que el modelo que presenta mejor convergencia es el de setecientos cuenta, luego el de mil y por último el de quinientos.

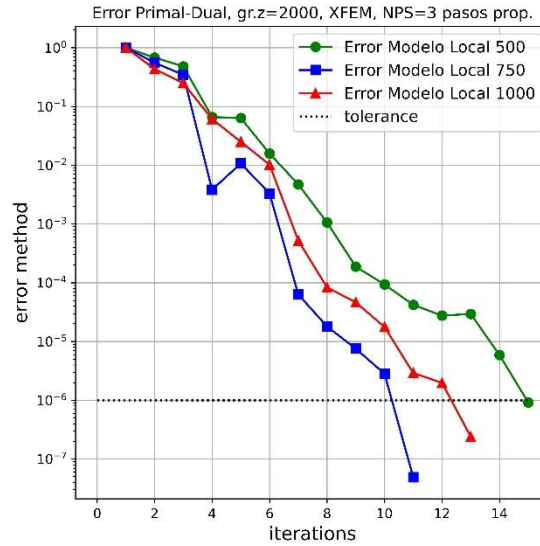
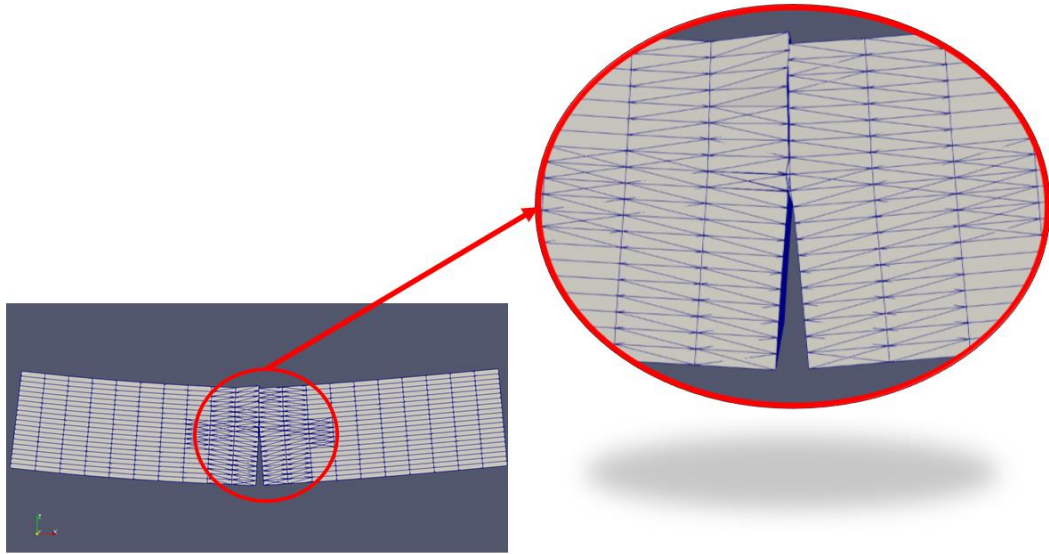
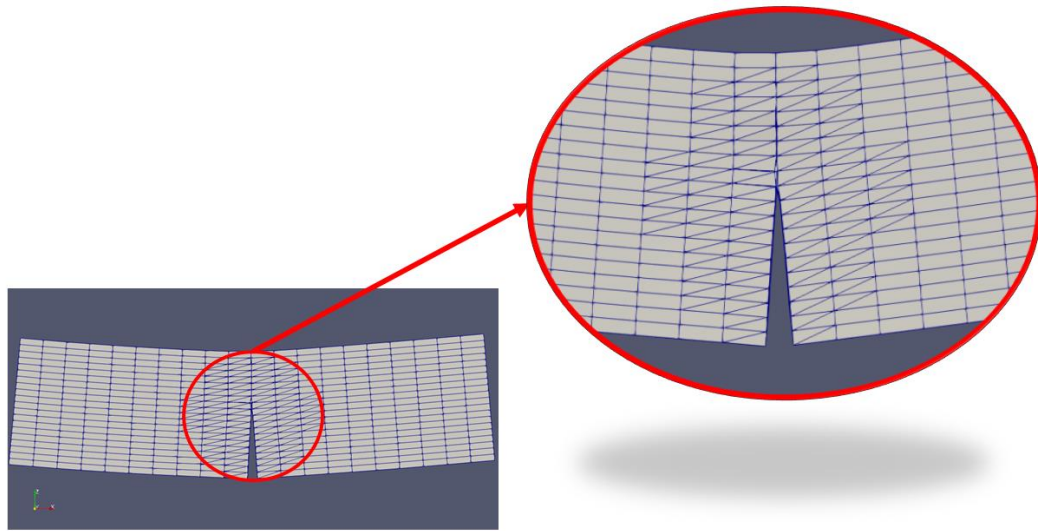


Gráfico 4: Comparación convergencia Primal-Dual con grieta en  $z=2000$

En el caso del modelo de quinientos, sigue presentando el peor resultado al ser el de menor longitud. Por otro lado, el modelo de mil presenta peor convergencia que el de setecientos cincuenta por la influencia de la ubicación de la grieta, ya que si analizamos la Ilustración 100 correspondiente al modelo local de mil y la Ilustración 101 correspondiente al modelo de setecientos cincuenta, se puede ver como en la primera la XFEM hace una búsqueda en todos los elementos que componen el canto de la viga, por el contrario a la segunda ilustración donde queda un elemento sin recorrer por la XFEM. En otras palabras, la evaluación de elementos del mallado como posible propagación que hace la técnica influye en la convergencia del problema, lo que según el principio de Saint-Venant se puede interpretar como que los estados tensionales y de deformación en el modelo de mil tienen mayor influencia en las zonas de interfaz que el modelo más corto sumado a que hay una diferencia en el tamaño de la malla pudiendo provocar una mayor longitud de grieta. Otra interpretación es que el tamaño de malla en que se discretiza el modelo local influye en la convergencia del problema, porque si el modelo local de mil fuera discretizado en elementos más pequeños la búsqueda que hace el XFEM no se acercaría a las zonas de interfaz, pudiendo haber una convergencia más rápida.



*Ilustración 100: Elementos de búsqueda XFEM modelo local mil y grieta ubicada en  $z=2000$   
Fuente: Propia*



*Ilustración 101: Elementos de búsqueda XFEM modelo local 750 y grieta ubicada en  $z=2000$   
Fuente: Propia*

En los Gráfico 5, Gráfico 6 y Gráfico 7, se compara la convergencia del mismo modelo con la distinta ubicación de la grieta y el modelo lineal. En la mayoría de los casos se cumple que el modelo lineal es el que converge en menor iteraciones, excepto en el local de mil con grieta en  $z=1900$  que tienen la misma cantidad de iteraciones, pero error distinto. El segundo problema en converger es el que presenta la grieta en  $z=1900$ , siguiendo cuando la ubicación de grieta está en  $z=1950$  y por último en  $z=2000$ . Con lo anterior, se puede establecer que la ubicación de la grieta influye en la convergencia del problema.

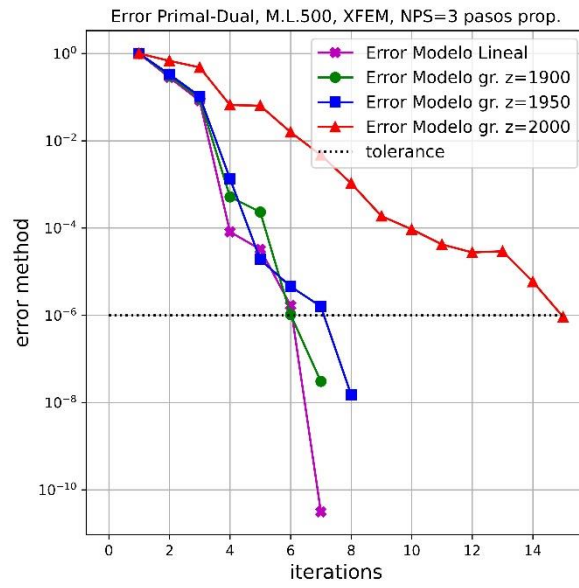


Gráfico 5: Comparación convergencia Primal-Dual con modelo local 500

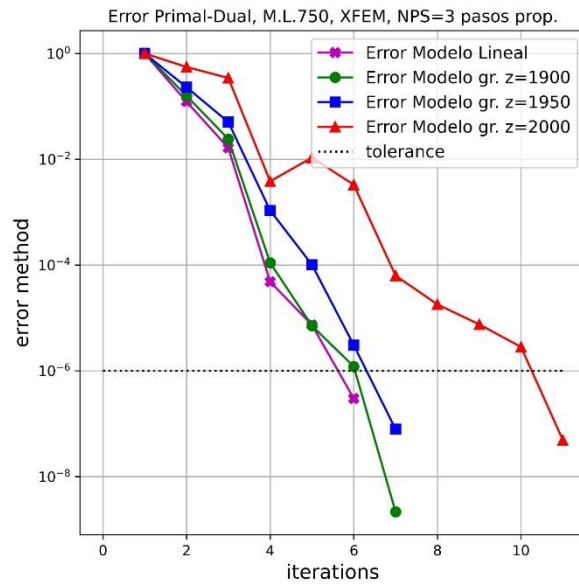


Gráfico 6: Comparación convergencia Primal-Dual con modelo local 750

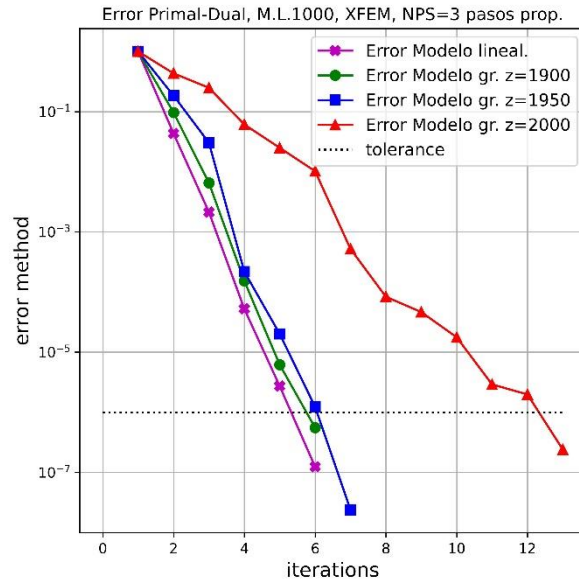


Gráfico 7: Comparación convergencia Primal-Dual con modelo local 1000

El principio de Saint-Venant dice que a una distancia suficiente de los puntos de la superficie de un sólido elástico en los que está aplicado un determinado sistema de fuerzas, las tensiones y deformaciones son prácticamente iguales para todos los sistemas de fuerzas que sean elásticamente dado, lo anterior es representado con la Ilustración 102. En la Ilustración 103 se puede ver cómo es la distribución de tensión a medida que aumenta la distancia al punto de aplicación se distribuye de mejor manera, evitando concentraciones de esfuerzo.

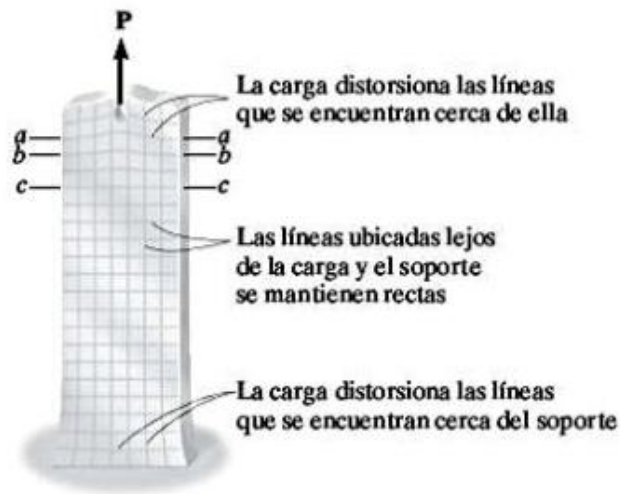
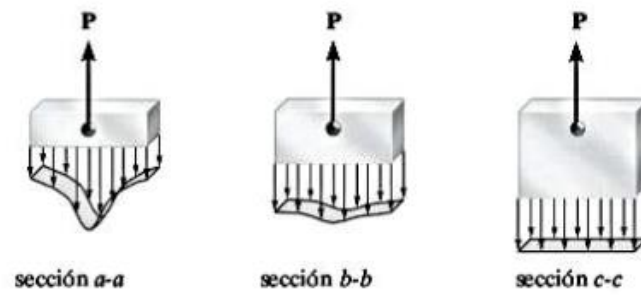


Ilustración 102: Distorsión de los elementos según Principio de Saint-Venant

Fuente: ( Hibbeler, 2011)



*Ilustración 103: Distribución de tensión en un elemento de distinto largo*

*Fuente: (Hibbeler, 2011)*

Lo anterior podría explicar porque al realizar un análisis no intrusivo global-local con un modelo local de mayor dimensión, produce una mejor convergencia del problema independiente si presenta singularidad, ya que el estado tensional o de deformación generado entre cada una de las zonas de interfaz están más separadas y no interfieren en el estado de la otra.

## CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La metodología de análisis no intrusiva con modelos simplificados es una técnica de análisis que agrupa dos modelos, siendo uno lineal 1D y otro complejo 3D. En este trabajo se vio su aplicación a una estructura porticada de acero que contenía una grieta (singularidad). La finalidad de utilizar esta técnica de análisis es ahorrar tiempo de ejecución y recursos computacionales para resolver el problema, ya que analizar un problema con grietas en 3D es muy complejo y costoso.

Aunando en lo anterior, es que dichos modelos son resueltos de dos formas distintas. El modelo simple es resuelto con un análisis estático lineal proporcionado por Code\_Aster, mientras que el modelo complejo fue resuelto con el método de elementos finitos extendidos proporcionado por Code\_Aster, también.

Para la implementación de la metodología se debieron crear varias funciones en lenguaje Python que es el utilizado por el software, por ejemplo, la función de traspaso de desplazamientos del modelo simple al modelo complejo. También, se generó el código de acoplamiento primal dual entre ambos modelos.

Algunas conclusiones que se pueden desprender del trabajo realizado son las siguientes:

- El análisis no intrusivo con modelos simplificados es una técnica que permite analizar de manera localizada un problema, que en el marco de este trabajo fue la propagación de grietas, pero puede ser llevado a plasticidad, concentración de esfuerzos, etc.
- La implementación que se desarrolló permite considerar los desplazamientos en los seis grados de libertad del modelo global y los tres del modelo local, habiendo una buena compatibilidad en el traspaso de los desplazamientos.
- Las dimensiones del modelo local y la ubicación de la grieta influyen en la convergencia del problema, lo cual puede ser justificado con el principio de Saint-Venant.
- El tamaño malla en que es discretizado el problema influye en la convergencia de este.

Como trabajos futuros, se plantea la posibilidad de realizar vinculación de software comerciales con Code\_Aster para ampliar la aplicabilidad del análisis. Junto con lo anterior, se debe escalar el análisis a una estructura de mayor envergadura. Por último, se plantea determinar las dimensiones ideales del modelo local en función de la ubicación de la grieta para obtener un menor número de iteraciones.

**BIBLIOGRAFÍA**

1. Callister, W. (1994). *Introducción a la Ciencia e Ingeniería de los Materiales*. New York: Reverté.
2. Chopra, A. (2014). *Dinámica de Estructuras*. Naucalpan de Juárez, Estado de México: Pearson Educación.
3. Csernak, S. y McCormac, J. (2012). *Diseño de Estructuras de Acero*. México: Alfaomega.
4. Fuenzalida-Henriquez, I., Oumaziz, P., Castillo-Ibarra, E., & Hinojosa, J. (2022). Global-Local non intrusive analysis with robin parameters: application to plastic hardening behavior and crack propagation in 2D and 3D structures. *Computational Mechanics*, 69(4), 965-978. <https://doi.org/10.1007/s00466-021-02124-z>
5. Gendre, L., Allix, O., Gosselet, P. y Comte, F. (2009). Non-intrusive and exact global/local techniques for structural problems with local plasticity. *Computational Mechanics*, 44, 233-245. <https://doi.org/10.1007/s00466-009-0372-9>
6. Allix, O., Gosselet, P. (2020). Non Intrusive Global/Local Coupling Techniques in Solid Mechanics: An Introduction to Different Coupling Strategies and Acceleration Techniques. En L. De Lorenzis and A. Düster (eds.), *Modeling in Engineering Using Innovative Numerical Methods for Solids and Fluids*, (Vol. 599, pp. 203-220). Springer.
7. Hibbeler, R. (2011). *Mecánica de Materiales*. Naucalpan de Juárez, México: Pearson Educación.
8. Khoei, A. (2015). *Extended Finite Element Method Theory and applications*. Chichester, United Kingdom: John Wiley & Sons.
9. Máximo, A. y Alvarenga, B. (1998). *Física General con Experimentos Sencillos*. México: Oxford University Press.
10. Oñate, E. (2009). *Structural Analysis with the Finite Element Method Linear Statics*. Barcelona, Spain: Springer Science & Business Media.



11. Passieux, J., Réthore, J., Gravouil, A. y Baietto, M. (2013). Local/global non-intrusive crack propagation simulation using a multigrid X-FEM solver. *Computational Mechanics*, 54, 1381-1393.
12. Rodríguez, Á. (2014). *Modelado numérico 3D y validación experimental del crecimiento de grietas por fatiga en el acero R5 de cadenas de fondeo de estructuras offshore.* [Tesis de grado, Universidad de Cantabria]. <https://1library.co/document/yrj0odoq-modelado-num%C3%A9rico-validaci%C3%B3n-experimental-crecimiento-grietas-estructuras-offshore.html>
13. Rossi, R. (2007). *Introducción al análisis de vibraciones con elementos finitos*. Buenos Aires: EdiUNS.
14. Taylor, R. y Zienkiewicz, O. (1994). *El método de los elementos finitos*. Madrid: McGraw-Hill.
15. Whitcomb, J. (1991). Iterative global/local finite element analysis. *Computers and Structures*, 40, 1027-1031. [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(91\)90334-I](https://doi.org/10.1016/0045-7949(91)90334-I)