

UNIVERSIDAD DE TALCA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL DE MINAS

# MODELAMIENTO DE PUNTO ENTRADA DE DILUCIÓN MEDIANTE INTELIGENCIA ARTIFICIAL

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO  
DE INGENIERO(A) CIVIL DE MINAS

**NICOLÁS ALBERTO ZERENÉ ROSALES**

PROFESOR GUÍA

Dr. MANUEL REYES JARA

MIEMBROS DE LA COMISIÓN

RODRIGO REYES

CURICÓ - CHILE

2021

## CONSTANCIA

La Dirección del Sistema de Bibliotecas a través de su encargado Biblioteca Campus Curicó certifica que el autor del siguiente trabajo de titulación ha firmado su autorización para la reproducción en forma total o parcial e ilimitada del mismo.



UNIVERSIDAD DE TALCA  
DIRECCIÓN  
SISTEMA DE BIBLIOTECAS

UNIVERSIDAD DE TALCA  
SISTEMA DE BIBLIOTECAS  
CAMPUS CURICO

Curicó, 2023

## RESUMEN

La dilución es un factor presente en todos los métodos de explotación minera, y consigo trae una gran importancia económica para la mina, puesto que esta significa la disminución de las leyes extraídas en faena, ya sea en menor o mayor medida. A la fecha, hay modelos que se destacan al momento de explicar el cómo y porqué de esta variable, conocimiento que se hace imperioso para intentan minimizarlo.

El objetivo de este trabajo es examinar la viabilidad del uso de redes neuronales para la predicción de entrada de dilución en un punto de extracción, con el fin de poder mejorar la estimación de ésta. Esto se logrará entrenando una red neural con casos de prueba generados para este estudio, y su posterior comparación con el resto de los resultados obtenidos de la simulación.

Dentro de los resultados destacados de este estudio, es que el uso de redes neuronales para la estimación de entrada de dilución, es una opción viable, logrando explicar casi un 75% de la variabilidad de la variable dependiente, con errores del 12% en la estimación de la misma

Finalmente, el uso de una red neuronal para la estimación de entrada de dilución, es una opción viable que, sin embargo, necesita más estudios. Lo ideal para esto, sería la obtención de data real, medida en terreno, o generada a partir de un modelo de simulación más robusto, considerando variables adicionales u otras, por lo que se recomiendan estudios adicionales.

Algo peculiar desprendido de este estudio es el hecho de que la red neuronal no considera directamente factores del macizo rocoso o factores operativos, pero se tiene que tener en consideración de que, para la utilización de esta herramienta, se tienen que tener casos base, por lo que el diseño minero en base a modelos propuestos anteriormente se mantiene.

## **ABSTRACT**

The dilution factor is present in all the methods of mining operation, and with it brings great economic importance within the mine, since it means the reduction of grades extracted from the operation, either in a lower or greater extent. To date, there are models which stand out when trying to explain how and why of this variable, which knowledge is indispensable when trying to minimize it.

The aim of this investigation is to study the viability of the use of neural networks for the prediction of dilution entry within an extraction point, with the purpose of making better estimations of it. This will be accomplished by the training of a neural network with self-generated study cases and their posterior comparison between the result of this network and the rest of cases generated by the simulation.

The remarkable results of this study is that the use of neural networks for the estimation of dilution, it's a viable option, managing to explain almost 75% of the variability of the dependent variable, with errors of 12% in the estimation of it.

Finally, the estimation of dilution using neural networks it's a viable option to do. Nevertheless, it needs further investigation. The ideal scenario to it, would be the obtention of real data, gathered in the mine, or generated for a robust simulation program, considering more or other variables.

Something particular given this study, is the fact that neural network doesn't take into direct consideration the rock mass factors and operation factors, but it has to be take into consideration the fact that, for the propose of using a neural network, there has to be previous information for which the design of the mine has to be made guided by previous methods.

## **AGRADECIMIENTOS**

Lo primero, y siempre, será agradecer a mi familia, a mi padre, Eric Zerené, quien siempre motivó mi amor por los números. A mi madre, Débora Rosales, quien siempre me dio una sonrisa, quien se interesaba por temas muy lejanos a ella, mientras que yo se los comentara. Y al resto de mi familia directa, mi tía, Ligia Rosales, a mis primas/hermanas Natalia Rosales y María Jesús. A todos ustedes, gracias infinitas.

A mis amigos de la universidad, con especial mención, al grupo de Disculpas Públicas, León, Edu, Basti, Chilote, gracias por todos estos años de risas y discusiones sin sentido, gracias por cooperarme en tanto trabajo y tanta situación de la cual no habría salido sin su ayuda. Uds también son parte de esto.

Al grupo MiniMina, Marco, mi hermana Any, Nico, además de los de disculpas públicas, también se merecen mis agradecimientos, y gracias por tantos años de un proyecto tan bonito, por el cual se sigue luchando por sacar adelante.

Finalmente, y no menos importante, a mi pareja, Javiera Rodríguez, quien me levantó en uno de mis puntos más bajos y me impulsó a terminar esto. No sé lo que va a pasar en el futuro, pero sé que necesitas una mención aquí.

Y en general, a toda la gente que me apoyó a lo largo de estos años, a quienes me mostraron el camino, y con quienes compartí durante estos años de carrera, gracias, muchas gracias.

# TABLA DE CONTENIDOS

RESUMEN.....	2
ABSTRACT.....	3
AGRADECIMIENTOS .....	4
TABLA DE CONTENIDOS .....	5
INTRODUCCIÓN.....	7
1.1    Introducción.....	7
1.2    Antecedentes y Motivación.....	7
1.3    Descripción del Problema.....	8
1.4    Solución Propuesta .....	8
1.5    Objetivos del trabajo.....	8
1.5.1    Objetivo general.....	8
1.5.2    Objetivos específicos.....	8
1.6    Alcances .....	9
1.7    Metodología .....	9
MARCO TEÓRICO.....	11
2.1    Elipsoides de extracción y movimiento .....	11
2.2    Comportamiento de la dilución.....	11
2.2.1    Medida de dilución.....	12
2.2.2    Parámetros que influyen en la entrada de dilución .....	12
2.2.3    Entrada de Dilución .....	14
2.3    Modelos de dilución.....	15
2.3.1    Modelo de Laubscher.....	15
2.3.2    Modelo de Susaeta .....	18
2.4    Análisis de modelos de regresión.....	22
2.4.1    Error cuadrático medio (MSE) .....	23
2.4.2    Raíz del error cuadrático medio (RMSE) .....	23
2.4.3    Coeficiente de determinación.....	23
2.5    Redes Neuronales.....	24
2.5.1    Las Neuronas.....	26

2.5.2	Clasificación de las Redes Neuronales .....	27
2.5.2.1	Clasificación de acuerdo a su aprendizaje .....	27
2.5.2.2	Clasificación según su estructura.....	28
2.5.2.3	Clasificación según tipo de resultado.....	28
2.5.3	Tipos de funcionamiento de las Redes Neuronales Artificiales.....	29
2.6	Arreglos ortogonales.....	31
2.6.1	Diseño arreglo ortogonal.....	32
METODOLOGÍA.....		33
3.1	Construcción de las bases de datos y simulación de entrada de dilución .....	33
3.2	Simulación y entrenamiento de la herramienta predictiva.....	34
3.3	Comparación de la herramienta de simulación v/s red neuronal .....	34
3.4	Procedimiento.....	35
3.4.1	Creación de las bases de datos .....	35
3.4.2	Desarrollo del programa de simulación.....	36
3.4.3	Simulación de escenarios aleatorios .....	38
3.4.4	Entrenamiento de la herramienta predictiva.....	39
RESULTADOS .....		40
4.1	Arreglo ortogonal.....	40
4.2	Modelo.....	41
4.2.1	Regresión Lineal .....	41
4.2.2	Conjoint.....	42
4.2.3	Red Neuronal .....	43
4.2.3.1	Ajustes de red neuronal .....	43
4.2.3.2	Estimación.....	46
ANÁLISIS .....		48
5.1	Comparación de modelos .....	48
5.2	Logros del modelo .....	49
Conclusiones y recomendaciones.....		50
6.1	Conclusiones.....	50
6.2	Recomendaciones.....	50
BIBLIOGRAFÍA.....		51
ANEXOS.....		53

# INTRODUCCIÓN

## 1.1 Introducción

Partiendo desde una idea general, la dilución es una variable presente en mayor o menor medida en la minería, ya sea cielo abierto o subterránea. Esta variable afecta el grado de pureza con el que el material económicamente rentable es extraído, dada la disminución de la ley del material enviado a planta. Dentro de los factores que dan origen a la dilución, se encuentran factores de geometría del yacimiento, geología y geomecánica, además del diseño minero y planificación, es por esto que, en minería subterránea, dada su naturaleza más selectiva que en su contraparte a cielo abierto, se han desarrollado distintos métodos con el fin de disminuir la extracción de materiales contaminantes, manteniendo la cantidad de mineral extraído constante. Nótese que cuando se habla de dilución, no se refiere a un elemento distinto al mineral explotado necesariamente, ya que cuando se habla de dilución, se habla de material extraído junto al mineral de interés, que no paga su extracción, por lo que además de lo dicho anteriormente, puede ser mineral bajo la ley de corte. Sumado a esto, “el grado de dilución es directamente proporcional a los costos de operación y es inversamente proporcional a la productividad” (Paredes, 2012), es por esto que la correcta modelación y consideración de factores que la afecten, es imperativo para la viabilidad de la opción minera.

Por otro lado, la inteligencia artificial (IA), con sus diferentes ramas y directrices, nos rodea más y más sin nosotros notarlo a simple vista. Marvin Minsky, quien es considerado uno de los fundadores de la inteligencia artificial que conocemos hoy en día, la definió como “la ciencia de hacer que máquinas hicieran cosas que requerirían la inteligencia si fueran hechas por el hombre” (Minsky, 1952) . Dentro de la industria minera chilena actual, el uso de la IA, en alguna de sus versiones, es casi nulo, y se limita al uso de camiones autónomos. Esto sucede es en la mina Gaby, faena que sería la primera a nivel mundial en tener una flota 100% autónoma.

Los desafíos en la industria minera crecen con ella, y si bien hay recelo al cambio, es necesario afrontar la posibilidad de integrar, en mayor medida, el mundo de la IA con el mundo minero. Es por esto, que se va a atacar el problema de la modelación de dilución a través del uso de la inteligencia artificial, con el fin de encontrar un modelo predictivo para esta y si es o no viable su aplicación en la industria minera.

## 1.2 Antecedentes y Motivación

Conforme pasa el tiempo, la minería tiene que ir cada vez más profundo para alcanzar material de interés económico, por lo que las herramientas que se utilizan en minería subterránea tienen que ir mejorando cada vez más, con el fin de hacer lo más certeras posibles las mediciones de las distintas variables a considerar en una industria que sólo se sabe lo que se tiene hasta que se empieza a explotar. Es por esto que la integración de la IA a la industria minera se hace necesaria, una tecnología que, en otras industrias, ha probado ser muy certera en la predicción de distintos

eventos, tiene un potencial enorme en la minería, dada la gran cantidad de información que se maneja y la gran cantidad de pronósticos que se hacen.

Actualmente, los modelos que se manejan en la industria para el cálculo de dilución son modelos teóricos “que no terminan de considerar algunos parámetros, los cuales pueden afectar en gran medida la entrada y posterior comportamiento de material diluyente” (Paredes, 2012). Esto quiere decir que todavía no está todo dicho en este ámbito, por lo que estudios que profundicen en esta área son necesarios.

### **1.3 Descripción del Problema**

Dentro de la minería subterránea se habla de dos tipos de dilución, la esperada y la no esperada. La primera es considerada en todo momento de explotación minera, el problema está en la segunda, la cual siempre se hace presente, en mayor o menor medida, y se estima ya sea por medio del método de Laubscher o por medio de flujos gravitacionales.

El método de Laubscher es la forma más utilizada dentro de la industria minera, y más recientemente se introdujo el sistema de flujos gravitacionales, pero como se mencionó anteriormente, estos métodos no consideran todos los factores que pueden afectar a la dilución, además de que la única manera de medición sobre la dilución es el control de tiraje de cada punto, pero esto es solo una de las variables de las que afectan a la dilución.

### **1.4 Solución Propuesta**

Una de las subramas de la inteligencia artificial es las redes neuronales (NN), las cuales actúan como modelo predictivo, donde se les entrega un input de data y entregan una respuesta en base a dicha información, donde la fiabilidad de dicha respuesta es directamente dependiente de la cantidad y calidad de información proporcionada al modelo predictivo. Dicho esto, y teniendo el modelo predictivo, el “input” es la información asociada a los diferentes puntos de extracción, cerrados y actualmente abiertos, con lo cual, el modelo predictivo, independiente de factores geomecánicos, entrega una predicción sobre la posible dilución en los puntos de extracción futuros.

### **1.5 Objetivos del trabajo**

#### **1.5.1 Objetivo general**

Generar un modelo predictivo de puntos de entrada de dilución en minería subterránea, por medio del uso de Redes Neuronales.

#### **1.5.2 Objetivos específicos**

- Construcción de una base de datos y de una herramienta predictiva.
- Generación de una herramienta de simulación de puntos de extracción en dos dimensiones.

- Comparación de los resultados de la herramienta predictiva con respecto de las simulaciones hechas.

## 1.6 Alcances

Las diferentes bases de datos utilizadas para la elaboración de este trabajo son de elaboración propia. Cada una de las bases de datos es diferente a la otra, con el mineral de interés dispuesto en distintas formas, es en base a estas que se hará el modelo de extracción con un número determinado de puntos de extracción y calles con el fin de que estos sean comparables entre sí.

La modelación del flujo de material extraído por cada punto es de elaboración propia, el cual es realizado mediante un programa hecho en Python, donde se intenta mantener la aleatoriedad del proceso real. Es de este programa de donde se obtendrá la información para posteriormente alimentar a la NN.

Debido que el fin de este trabajo es probar que las redes neuronales pueden funcionar para predecir la entrada de dilución, y no la creación de un programa para la modelación de los flujos de material por punto, para esto último se considerará una matriz de dos dimensiones y no una tridimensional como es el proceso real.

## 1.7 Metodología

Este trabajo se llevará a cabo en tres etapas metodológicas, que tienen por objetivo la modelación de un punto de entrada de dilución (PED) de la mano de un modelo predictivo en base a redes neuronales.

La primera etapa es la creación de las bases de datos para su posterior estudio, las cuales son tres donde cada una es diferente de la anterior. Esta diferencia radica en la presentación de la distribución del mineral de interés dentro de la base de datos. Esto se hace con el fin de tener otro punto de comparación con respecto a la respuesta entregada por el modelo predictivo para cada caso. También está la creación del programa en Python el cual simulará el flujo en los distintos puntos de extracción que se definan. Esto se hace con el fin de tener un número de casos base con los que entrenar el modelo predictivo ya que, en base a estos, se obtendrá una respuesta acorde por parte de éste. Por otra parte, y en caso de tener una base de datos real, esto es el símil de la información que se tiene de puntos de extracción cerrados y actualmente trabajados dentro de la faena minera.

La segunda etapa consta de la simulación per se de los puntos de extracción, de donde se obtendrá la información base para la herramienta de simulación. Por otro lado, también está la estructuración del modelo predictivo en base a NN, donde se le entrega la información estructurada obtenida anteriormente con lo cual, este modelo, genera una respuesta que es que una predicción sobre la entrada de dilución en cierto punto bajo ciertas circunstancias.

Finalmente, la tercera etapa es la validación del modelo. Esto se logrará en base a la comparación del modelo predictivo del primer paso con la herramienta predictiva entrenada en el segundo paso, donde se compararán los resultados obtenidos de ambas herramientas.

# MARCO TEÓRICO

## 2.1 Elipsoides de extracción y movimiento

Uno de los primeros en estudiar el fenómeno de flujo gravitacional a través de modelos físicos fue Kvapil (1965, citado por Arancibia, 2017) quien mediante experimentos con arena, introduce dos conceptos claves: elipsoide de extracción, que corresponde al volumen definido por la ubicación original de todos los puntos que resultaran extraídos en el punto de extracción; y elipsoide de movimiento que corresponde al volumen definido por la interfaz entre los puntos que han cambiado de posición con respecto a la que tenían iniciada la extracción. Luego (Kvapil, 1992), establece relaciones geométricas entre ambas zonas, determinando que la relación de alturas entre el elipsoide de extracción y movimiento es de 1:2.5 y la relación entre los volúmenes es 1:15. (Figura 1)

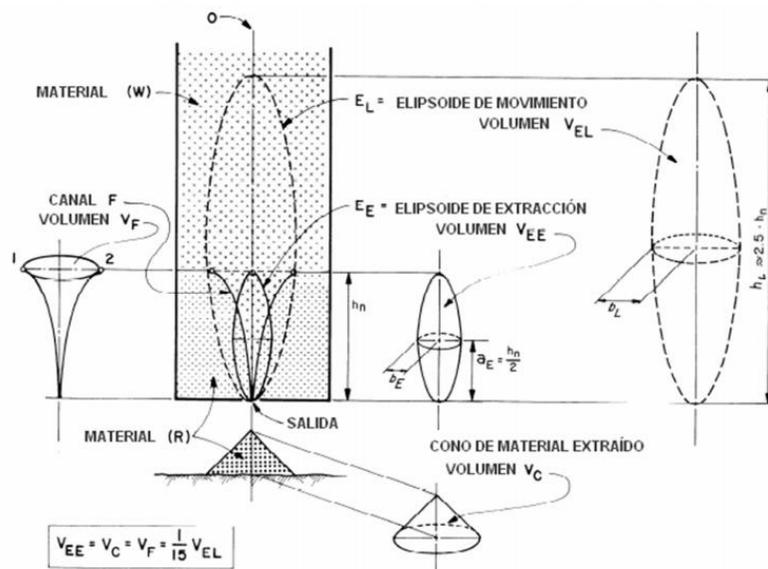


Figura 1: Relaciones geométricas de los elipsoides de extracción y de movimiento (Kvapil, 1992)

## 2.2 Comportamiento de la dilución

El concepto de dilución está acuñado en la jerga minera, pero éste no tiene una definición estándar en la industria. Dependiendo de la faena en la que se trate, hace referencia a material ajeno al mineral de interés económico, o mineral que está por debajo de la ley de corte, incluso mineral que es correspondiente a otra zona de trabajo. Sin embargo, existe consenso de su significado desde un punto de vista económico, este se define como cualquier material que no paga su costo de extracción por sí solo.

La dilución es una parte intrínseca de la minería, y como se ha mencionado anteriormente, ésta disminuye el grado de pureza del material de interés económico, por lo que, dependiendo cual

sea el objetivo de la faena, como lo es la ganancia económica o la maximización de la recuperación, ésta se controla o se acepta su entrada hasta cierto punto.

Actualmente existen modelos enfocados al estudio y control de la dilución, enfocándose en las operaciones de hundimiento, que explican desde los factores que afectan ésta y la teoría detrás de esto, hasta modelos de comportamiento bajo restricciones entregadas por el diseño minero y control de tiraje.

### 2.2.1 Medida de dilución

Existen dos formas de medir la dilución extraída en una operación minera. La primera medida se realiza con respecto a la cantidad de mineral extraído, como se muestra en la Ecuación 1:

$$\text{Dilución (\%)} = \frac{\text{material diluyente extraído [ton]}}{\text{mineral extraído [ton]}} * 100$$

Ecuación 1: Medida de la dilución

La segunda medida se conoce como dilución metalúrgica u observada, y se realiza con respecto a la cantidad de material total extraída, como se muestra en la Ecuación 2:

$$\text{Dilución (\%)} = \frac{\text{material diluyente extraído [ton]}}{\text{mineral extraído [ton]} + \text{material diluyente extraído [ton]}} * 100$$

Ecuación 2: Medida de la dilución metalúrgica u observada

### 2.2.2 Parámetros que influyen en la entrada de dilución

El origen de la dilución puede provenir tanto de los costados como de la pared colgante del cuerpo mineralizado, tanto de roca estéril como de sectores previamente explotados.

El contenido de dilución extraído y los factores que la afectan son variados, y son relativos a la geometría, geología, geomecánica, diseño minero y planificación. A continuación, se detallan los principales parámetros que afectan a la dilución según Laubscher (2006):

- **Razón de volumen entre mineral y zona de contacto mineral-diluyente:**

A mayor razón entre cantidad de mineral a la superficie del área de contacto mineral-diluyente, menor es el porcentaje de dilución (Laubscher, 2000). En la Figura 2, se observa una comparación entre dos cuerpos mineralizados con distinta razón de volumen entre mineral y zona de contacto mineral-diluyente. El cuerpo mineralizado de la izquierda muestra que un amplio porcentaje del mineral está sujeto a dilución, en comparación con el de la derecha, esto indica la implicancia de este factor. Mientras más ancho sea el cuerpo mineralizado, la dilución lateral se vuelve menos significativa.

- **Disposición de la zona de contacto mineral-diluyente:**

Como también puede ser apreciado en la Figura 2, la dilución será mayor dada la irregularidad e inclinación de la zona de contacto mineral-diluyente, en comparación a una disposición vertical y geometría regular.

- **Grado de fragmentación en el mineral y material diluyente:**

Un grado alto de fragmentación en el material diluyente y un bajo grado de fragmentación en el mineral puede llevar a un alto grado de dilución, mientras que el caso contrario, significa baja dilución.

- **Distribución de las leyes en el material diluyente:**

Pequeños parches de alta ley en zonas de material diluyente mal estimados, como lo puede ser por un mal muestreo, pueden conducir a una sobre excavación que culmina en una mayor entrada de material diluyente.

Por otro lado, si el mineral en las zonas de dilución está en forma de finos, podría haber un enriquecimiento en el cuerpo mineralizado, dado que los finos se mueven más rápido que los gruesos. En cambio, si el material diluyente es más fino que el cuerpo mineralizado, la dilución será mayor a menos que la estrategia de extracción sean diseñadas acorde a esto.

- **Interacción entre los elipsoides de extracción y dirección del flujo:**

Buena interacción entre los elipsoides de extracción y con dirección de flujo paralelo representa las condiciones óptimas. El caso contrario puede provocar altos grados de dilución. Mientras mayor sea el espaciamiento entre elipsoides, mayor será la probabilidad de altos grados de dilución.

- **Diferencias de densidad:**

Con una alta densidad en el mineral con respecto a la del material diluyente, menor será la entrada de dilución y viceversa.

- **Variante de Extracción, por bloques (Block Caving) o por paneles (Panel Caving):**

Si la extracción se realiza a través de block caving en forma de pequeños bloques, la dilución lateral será mucho mayor que en una estrategia de panel caving con un ángulo de extracción definido, tal como se aprecia en la Figura 3.

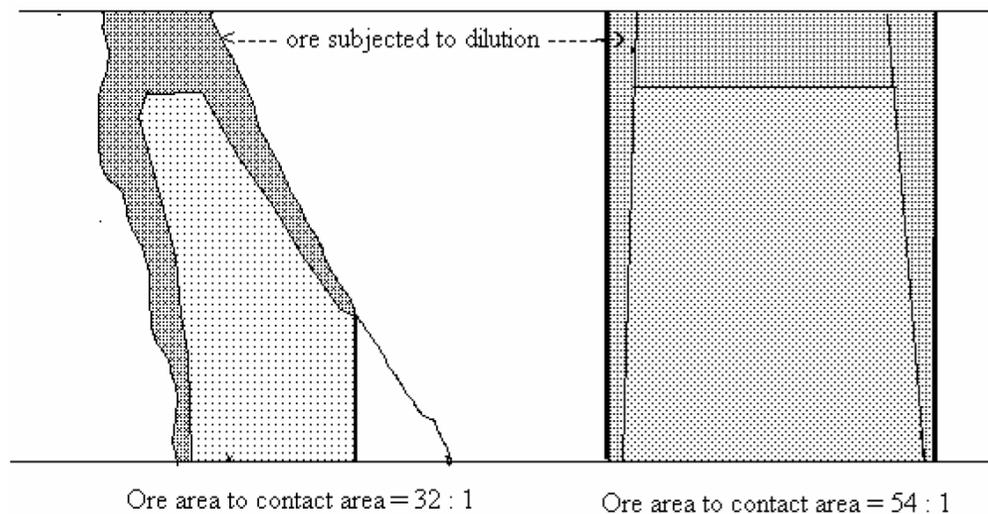


Figura 2: Razón de volumen entre mineral y zona de contacto mineral-diluyente (Laubscher, 2000)

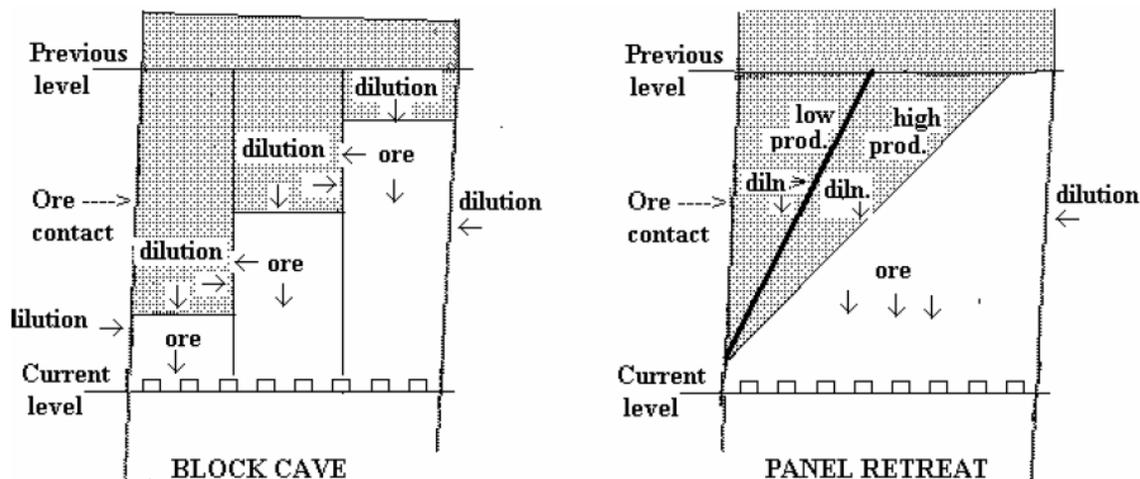


Figura 3: Entrada de dilución lateral en block y panel caving (Laubscher, 2000)

### 2.2.3 Entrada de Dilución

Uno de los principales indicadores en el estudio de la dilución es cuando ésta entra por los puntos de extracción, es por esto que (Laubscher, 1994) define que el porcentaje de entrada de dilución es el porcentaje de la columna de extracción que ha sido extraída antes de que el material diluyente se haga presente en el punto de extracción. Además, en (Laubscher, 2000) se establece que la entrada de dilución está en función de:

- Altura de columna de extracción.
- Rango de la fragmentación.

- Espaciamiento entre puntos de extracción.
- Rango de extracción de tonelaje por punto de extracción.
- Altura de zona de interacción, dado el rango de extracción de tonelaje por punto y el espaciamiento entre los mismos.

## 2.3 Modelos de dilución

Hasta la fecha, no hay muchos autores que tengan un modelo de predicción de entrada de dilución. Sin embargo, hay dos autores que presentan su modelo para explicar esta variable. El primero es Laubscher (1994) y Laubscher (2000), que hace referencia a la dilución asociada a minería subterránea, en una operación de hundimiento, como los son *block caving* y *panel caving*, y sus derivados. Hace relación entre la altura de columna del punto de extracción, el esponjamiento que tendrá la columna de material al momento de ser extraída, la altura de interacción y la diferencia de tonelaje extraída entre el punto con sus vecinos. Este método ha sido el más ocupado en la industria, ya que es el más antiguo, además de que tiene la ventaja de ser una herramienta flexible, razón por la cual, los modelos numéricos no han podido desplazar este método.

Por otra parte, está el modelo de Susaeta (2004), basado en el modelo de flujos gravitacionales, relacionando estos flujos de cada punto de extracción, concluyendo que mientras más se prefiera un punto de extracción sobre otro, más pronto será la entrada de dilución a dicho punto.

### 2.3.1 Modelo de Laubscher

Mediante la realización de trabajos y basado en observaciones empíricas, Laubscher propone dos modelos ampliamente reconocidos y utilizados en la industria minera del hundimiento masivo. El primero consiste en una estimación del punto de entrada de la dilución en un punto de extracción (PED) a partir de la estimación de la altura de interacción (HIZ), el esponjamiento que alcance el material en la columna de extracción (S) y la desviación estándar de los tonelajes extraídos del punto con respecto a sus vecinos. El segundo, corresponde a un modelo volumétrico de mezcla basado en observaciones empíricas y que considera como dato de entrada el PED.

Como se menciona, el cálculo del punto de entrada de la dilución propuesto por (Laubscher, 1994, 2000), considera que éste será una función de:

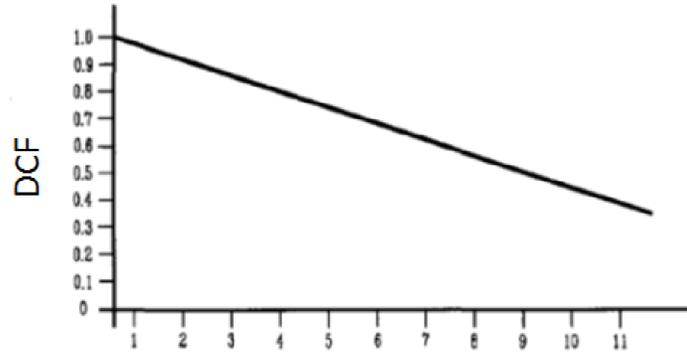
- **La altura de columna del punto de extracción (Hc):**

La cual corresponde a la altura medida desde el punto de extracción hasta la interfaz mineral/material diluyente.

- **El esponjamiento alcanzado en la columna:**

El cual corresponde al aumento relativo de volumen que experimenta la roca debido a su fragmentación. Es medido a través del factor de esponjamiento (S).





Standard Deviation x 100 of Tonnage of Working Drawpoints

D/Ps	W/1	E/1	W/2	E/2	W/3	E/3	W/4	E/4
Monthly Tonnage	2000	800	1000	2500	600	1500	800	1800
Mean = 1375		Standard Deviation = 682/100 = 7						
Draw Control Factor = 0.6								

Figura 5: Factor de control de tiraje (DCF) (Laubscher, 1994)

De esta manera, Laubscher (1994), propone una relación para el cálculo del PED:

$$PED (\%) = \frac{H_c * S - HIZ}{H_c * S} * DCF * 100$$

Ecuación 3 Punto de entrada de la dilución (PED) (Laubscher, 1994)

Donde:

- *PED*: Porcentaje de dilución en el punto.
- *H<sub>c</sub>*: Altura de columna en el punto de extracción.
- *S*: Factor de esponjamiento
- *HIZ*: Altura de interacción.
- *DCF*: Índice de control de tiraje.

Una vez definido el punto de entrada de la dilución para un punto, Laubscher (1994), propone un modelo volumétrico de mezcla basado en la división de la columna de extracción en tajadas que poseen un volumen, densidad y leyes iniciales determinados. Luego, a partir de una altura en la columna definida por el PED, traza una recta hasta la altura máxima de la columna, lo que define una interfaz diagonal entre el material diluyente y el mineral. Así, divide hacia abajo la

columna con diagonales que definen la mezcla que tendrán las nuevas tajadas a medida que se vaya realizando la extracción. (Figura 6)

En función de este cálculo se han realizado adaptaciones del modelo para 2 y 3 dimensiones, siendo este modelo volumétrico de Laubscher la base de los algoritmos de mezcla utilizados por la gran mayoría de las operaciones de hundimiento para realizar la planificación de las reservas hoy en día.

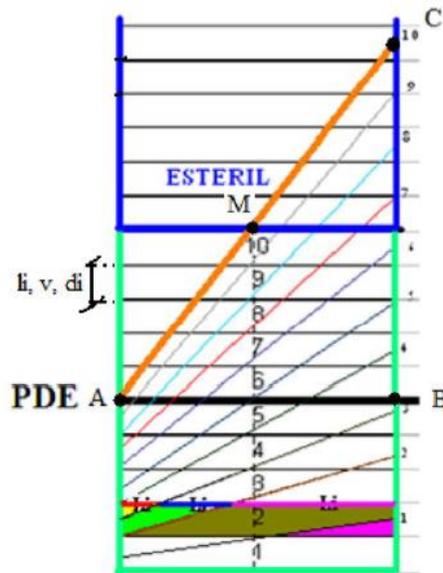


Figura 6: Modelo esquemático de curvas de mezcla utilizadas en el modelo de Laubscher (Vargas, 2010)

### 2.3.2 Modelo de Susaeta

Susaeta (2004, citado por Paredes, 2012) aborda el problema de modelar el comportamiento del flujo gravitacional considerando los siguientes supuestos:

- La extracción aislada de un punto de extracción implica que sobre él existirá un flujo aislado.
- El diámetro del elipsoide de extracción en flujo aislado es función de la fragmentación de la roca y la humedad en la columna de extracción.
- La práctica del tiraje uniforme es necesaria para postergar el punto de entrada de la dilución y minimizar la cantidad total de dilución extraída.
- El diámetro de tiraje aislado es independiente del ancho de carguío.
- El espaciamiento de los puntos de extracción es inversamente proporcional a la recuperación de mineral.
- La altura de columna es inversamente proporcional a la dilución total extraída.
- La fragmentación del material en la columna de extracción aumenta con la extracción.

- Existirá interacción si dos puntos poseen un espaciamiento menor a 1,5 veces el diámetro de tiraje aislado.
- Destacan para el interés en el estudio de la dilución las premisas que afirman que el tiraje uniforme es una condición necesaria para postergar el punto de entrada de la dilución y que la altura de columna es inversamente proporcional a la dilución total extraída.
- Considerando lo anterior, Susaeta (2004), plantea que el flujo gravitacional, desde la perspectiva de movimiento masivo, puede modelarse de la siguiente manera:

$$Fm = f(E, PM, Gm)$$

Ecuación 4 Modelo de flujo de Susaeta (2004)

Donde:

- *Fm*: Comportamiento de flujo masivo.
- *E*: Parámetros de caracterización de la extracción.
- *PM*: Propiedades del material fragmentado.
- *Gm*: Parámetros referentes a la geometría de los puntos de extracción.

De los experimentos realizados por Susaeta (2004) concluye que pueden establecerse dos velocidades de flujo gravitacional. La primera es aquella que tienen las partículas dentro del elipsoide de flujo aislado y Susaeta la denomina velocidad de tiraje aislado ( $V_{ta}$ ). La segunda, denominada velocidad de tiraje interactivo ( $V_{ti}$ ), corresponde a aquella que tendrán las partículas que viajan fuera de la zona de baja densidad que forma el elipsoide de flujo aislado.

Con esto el flujo puede clasificarse en 3 condiciones que quedan definidas por la diferencia entre la  $V_{ti}$  y la  $V_{ta}$ , representadas en la Figura 7, estas son:

- Tiraje aislado: condición de flujo donde  $V_{ta}$  es mayor que cero y  $V_{ti}$  es igual a cero.
- Tiraje aislado-interactivo: condición de flujo donde  $V_{ta}$  es mayor que  $V_{ti}$  y ambas son mayores a cero.
- Tiraje interactivo: condición de flujo donde  $V_{ta}$  es igual a  $V_{ti}$  y ambas son mayores a cero.

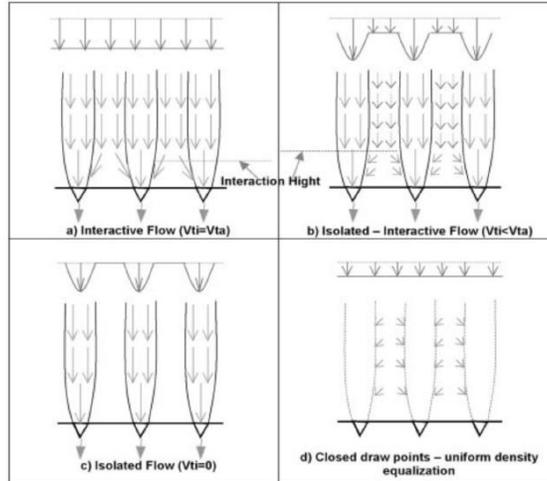


Figura 7: Condiciones de flujo (Susaeta, 2004)

Susaeta (2004) plantea que a medida que el comportamiento del flujo sea más interactivo, la dilución observada en el punto de extracción será menor. Además, postula que cuando el flujo se comporte como tiraje aislado-interactivo o tiraje interactivo, la dilución que se observe al principio de la extracción del punto corresponderá a dilución lateral y luego comenzará el ingreso del material diluyente ubicado sobre la columna de extracción. Mientras que, para el caso de tiraje aislado, la primera observación de dilución en el punto corresponderá al ingreso del material diluyente ubicado sobre la columna de extracción y el contenido de dilución observado en el punto aumentará a medida que se siga realizando la extracción de forma más agresiva que para los otros casos, representados en la Figura 8. También el autor indica que, mientras más pareja sea la extracción de un punto con respecto a sus vecinos, más cercano será el flujo del material quebrado a una condición de tiraje interactivo y, por lo tanto, menor será la dilución extraída y mayor será la recuperación de mineral.

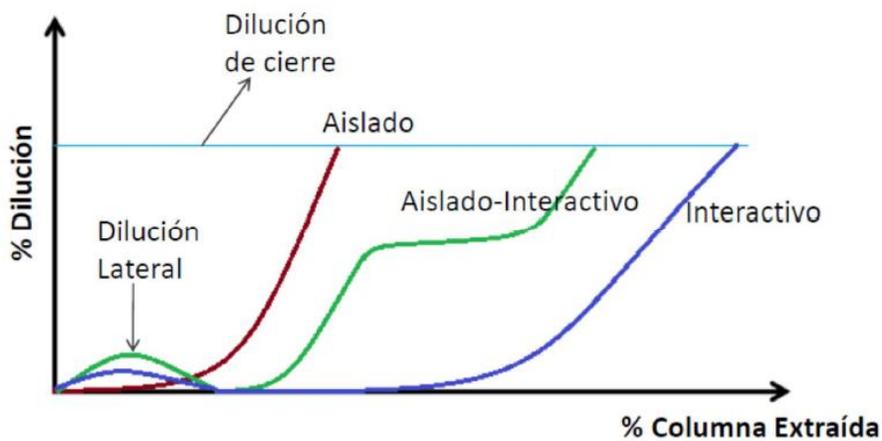


Figura 8: Comportamiento de dilución según modelo de Susaeta (Susaeta, 2004)

El índice de uniformidad (I.U.) introducido por (Susaeta, 2004) corresponde a un vector de 2 dimensiones y se define de por la siguiente expresión:

$$I.U. = \Delta + \Gamma * \frac{(t_p - t_{min})}{t_{max}^2 * n} * \sum_{i=1}^n (t_{max} - t_i)$$

Ecuación 5: Índice de uniformidad (Susaeta, 2004)

Donde:

- $\Delta$ : Número de vecinos inactivos.
- $\Gamma$ : Factor de normalización igual a 99/89.
- $t_p$ : Tonelaje extraído del punto en un periodo de tiempo determinado.
- $t_i$ : Tonelaje extraído del punto  $i$  perteneciente a la vecindad del punto en cuestión en el periodo de tiempo determinado.
- $t_{max}$ : Tonelaje máximo extraído de la vecindad del punto en el mismo periodo de tiempo.
- $t_{min}$ : Tonelaje mínimo extraído de la vecindad del punto en el mismo periodo de tiempo.
- $n$ : Número de puntos pertenecientes a la vecindad del punto en cuestión.

La primera dimensión ( $\Delta$ ) corresponde al número de vecinos inactivos del punto, mientras que la segunda se denomina Índice de uniformidad específico.

Para determinar en qué condición de tiraje se encuentra un punto con un determinado índice de uniformidad en un determinado período de tiempo, Susaeta (2004) utiliza la matriz que se ilustra en la Figura 9:

		Índice de Uniformidad Específico				
		0 - 0,2	0,2 - 0,4	0,4 - 0,6	0,6 - 0,8	0,8 - 1
Número de puntos inactivos en vecindad	0	UNIF	UNIF	UNIF	SEMI	SEMI
	1	UNIF	UNIF	SEMI	SEMI	SEMI
	2	UNIF	SEMI	SEMI	SEMI	AISLADO
	3	SEMI	SEMI	SEMI	AISLADO	AISLADO
	4	SEMI	SEMI	AISLADO	AISLADO	AISLADO
	5	AISLADO	AISLADO	AISLADO	AISLADO	AISLADO
	6	AISLADO	AISLADO	AISLADO	AISLADO	AISLADO

Figura 9: Matriz de uniformidad (Susaeta, 2004)

A partir de esta definición, Susaeta (2004), introduce el “porcentaje de uniformidad” definiéndolo como el porcentaje de tiempo (o de toneladas extraídas) durante el cual un punto

se encuentra extrayendo en condición uniforme. Tal ejercicio puede usarse equivalentemente para definir el “porcentaje de semi-uniformidad” y el “porcentaje de desuniformidad” (aislado).

Mediante un estudio relacionó I.U. con el PED (base de datos de extracciones reales de las minas El Salvador, El Teniente y Andina) como se puede observar en las Figura 10 y Figura 11. Donde se evidencia la relación que existe entre el % de toneladas extraídas de manera uniforme y semi-uniforme (en toda la vida útil del punto) con el PED.

Sector	Uniformity Index		% Dilution Entry
	%t = Isolation	% t = Unif. + semiuni	
Inca Norte	34	66	57
Inca Central	57	43	41
Quebrada Teniente	19	81	62
Teniente 4	34	66	54

Figura 10: Relación I.U. y PED para El Teniente y El Salvador (Susaeta, 2004)

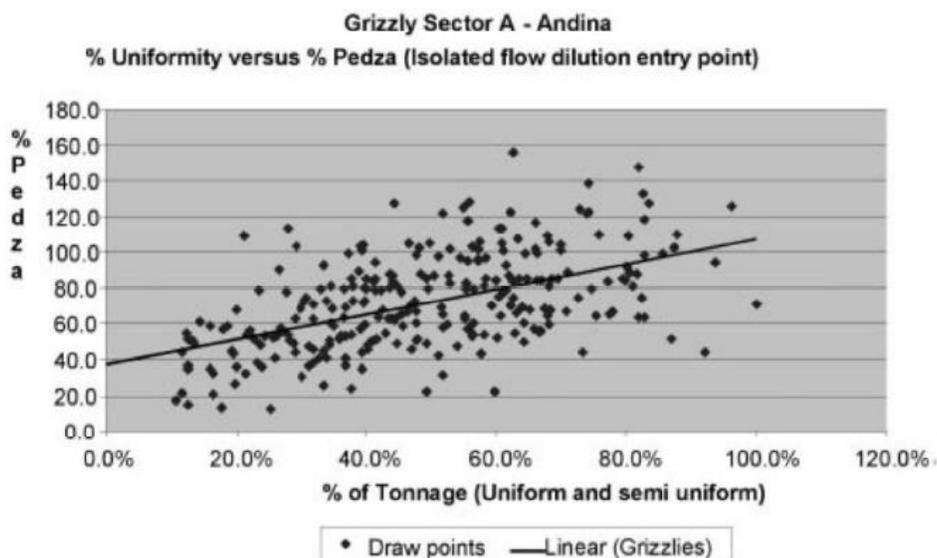


Figura 11: Gráfico I.U. (% ton) y PED para el Sector Parrillas de Andina (Suesaeta, 2004)

## 2.4 Análisis de modelos de regresión

Rodríguez & Mora (2007) (Citado por Moreno, 2019), indica que el estudio a los modelos de regresión, posterior a su utilización, permite entender la relación entre las variables independientes con la dependiente, así como analizar y verificar su comportamiento.

### 2.4.1 Error cuadrático medio (MSE)

El error cuadrático medio mide el error al cuadrado de las predicciones, donde calcula las diferencias cuadradas de las predicciones y el objetivo, para promediar estos valores, y se puede calcular con Ecuación 6:

$$MSE = \frac{1}{N} \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$

Ecuación 6: Error cuadrático medio.

Cuanto mayor sea este valor, peor es modelo y nunca es negativo, siendo 0 un modelo perfecto

### 2.4.2 Raíz del error cuadrático medio (RMSE)

El RMSE es la raíz cuadrada del MSE, tiene las mismas propiedades que este último, pero se utiliza para dejar el error en la misma escala que el de los objetivos, y puede ser calculado con Ecuación 7:

$$RMSE = \sqrt{MSE}$$

Ecuación 7: Raíz del error cuadrático medio.

### 2.4.3 Coeficiente de determinación

Este coeficiente ( $r^2$ ) define en que porcentaje la variable dependiente es descrita por las variables independientes. Este valor varía entre 0 y 1, indicando un nivel de eficacia mayor mientras más cercano a 1. La obtención de este coeficiente se encuentra en la Ecuación 8.

$$r^2 = 1 - \frac{SCE}{STC}$$

Ecuación 8: Coeficiente de determinación (Moreno, 2019)

Donde SCE representa la suma de cuadrados del error, que se puede calcular con Ecuación 9:

$$SCE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$

Ecuación 9: Suma de cuadrados del error (Moreno, 2019)

Donde  $y_i$  corresponde al dato de la muestra y el dato estimado, representado por  $\hat{y}_i$ .

Por otro lado, STC equivale a la suma de las desviaciones al cuadrado en torno al promedio de los datos. Y se puede calcular con Ecuación 10:

$$STC = \sum (y_i - \bar{y})^2$$

Ecuación 10: Suma total de cuadrados (Moreno, 2019)

## 2.5 Redes Neuronales

Las redes neuronales (NN por sus siglas en inglés, Neural Network) es una de las subramas del machine learning, nacido de la idea de poder imitar el cómo es y cómo funcionan las neuronas en el cerebro humano. Mientras que las técnicas de inteligencia artificial han ayudado a expandir las capacidades de los computadores existentes automatizando los procesos de razonamiento humano a nivel de software, las NN son un intento de imitar las capacidades de procesamiento del cerebro a nivel de hardware. Esto es, a nivel de las neuronas individuales y su comportamiento general cuando se combinan en grandes redes altamente interconectadas (González & Jiménez, 2003).

Las NN se han aplicado en diversas industrias que involucran áreas como el procesamiento de señales, el reconocimiento de patrones complejos y las tareas de clasificación, además del procesamiento de imágenes, el reconocimiento de voz y caracteres, filtrado de ruido, compresión de datos, predicciones de series de tiempo y optimización de diversos procesos. La capacidad de las redes neuronales para el aprendizaje adaptativo, mapeo de señales no lineales y tolerancia a fallas son parte de las razones de las diversas aplicaciones que esta tecnología tiene.

Del Brio y Sanz (2001) definen las redes neuronales como:

“Las redes neuronales artificiales son sistemas de procesamiento copian esquemáticamente la estructura neuronal del cerebro para tratar de reproducir sus capacidades como, por ejemplo, aprender de la experiencia a partir de las señales o datos del exterior, con el objetivo de construir sistemas de procesamiento de la información paralelos, distribuidos y adaptativos”

De esto se concluye que las NN son sistemas de procesamiento que tratan de reproducir la capacidad que tiene el cerebro humano para reconocer patrones, hacer predicciones o tomar una decisión en base a la experiencia pasada. Así, mientras el cerebro humano confía en la estimulación neuronal, las redes neuronales actúan sobre un conjunto de datos para aprender.

En la Figura 12. se presenta una comparativa entre una neurona artificial (A) con una neurona natural (B), donde se puede ver apreciar que ambos tienen receptores (Entradas y Dendritas respectivamente), en su núcleo se procesa la información y que tienen la forma de transmitir esta información

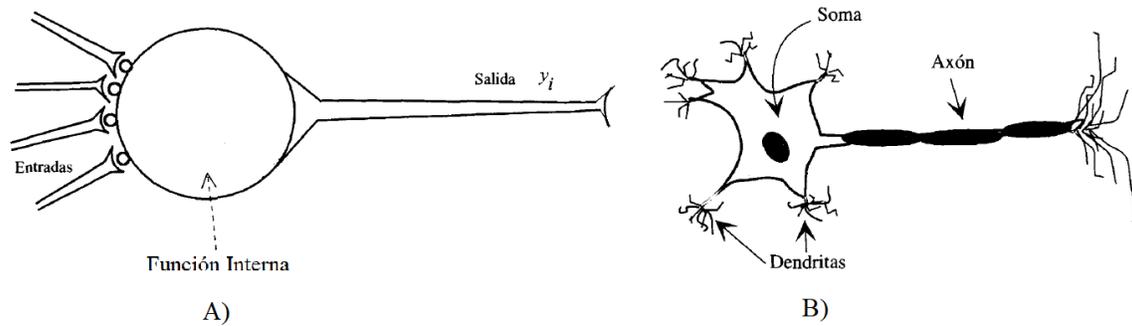


Figura 12: Comparación entre una neurona artificial y una natural (Elaboración propia)

Finalmente, la composición de las NN se define en capas (Figura 13), donde éstas se definen como (Espinoza, 2002):

- **Capa de entrada**

Destinada a recibir la información para la resolución del problema (variables independientes). Se caracteriza por:

- Ser de carácter única.
- Número de neuronas definido por la cantidad de inputs
- Propaga los datos a la capa siguiente sin proceso alguno, salvo la aplicación de una función escalar.

- **Capa oculta**

Es donde se lleva a cabo el procesamiento de los datos. Se caracteriza por:

- La no cualidad de única, pudiendo existir más de una en la arquitectura de red.
- Número de neuronas definidos por quien aplica la red.
- Los datos se propagan a la capa siguiente, previo un acto de una función de activación

- **Capa de Salida**

Es las que se presenta el resultado entregado por la red neuronal. Tiene por características:

- Ser de carácter única.
- Número de neuronas definido por la cantidad de outputs.
- Las neuronas aplican una función de activación a los datos que reciben, antes de dar el producto final.

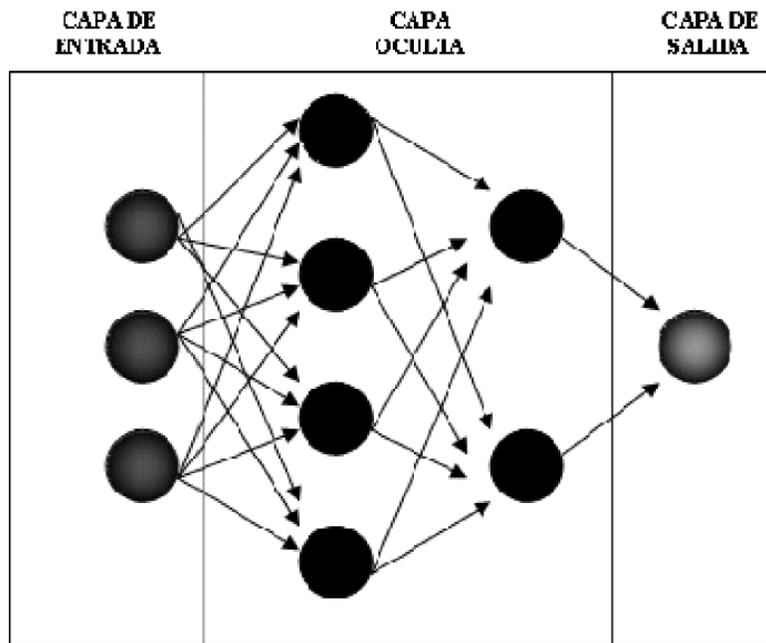


Figura 13: Estructura clásica de una red neuronal (González & Jiménez, 2003).

### 2.5.1 Las Neuronas

La neurona, representada en Figura 14, es también llamada procesador elemental (PE) y es un dispositivo simple de cálculo que, a partir de un vector de entrada ya sea procedente del exterior o de otras neuronas, proporciona una respuesta única o salida. Los elementos que la componen son (Del Brio, M. y Sanz, 2001):

- **Conjunto de entradas**  
Información que es entregada a la neurona, ya sea proveniente del exterior (capa de entrada) o por otra neurona (capa oculta).
- **Pesos sinápticos**  
Representa la intensidad de interacción entre cada neurona presináptica y la neurona postsináptica.
- **Regla de propagación**  
Función que proporciona el valor del potencial postsináptico de la neurona en función de sus pesos y entradas.
- **Función de activación**  
Función que proporciona el estado de activación actual de la neurona, en función de su estado anterior y de su potencial postsináptico actual.
- **Función de salida**  
Función que proporciona la salida de la neurona en función de su estado de activación.

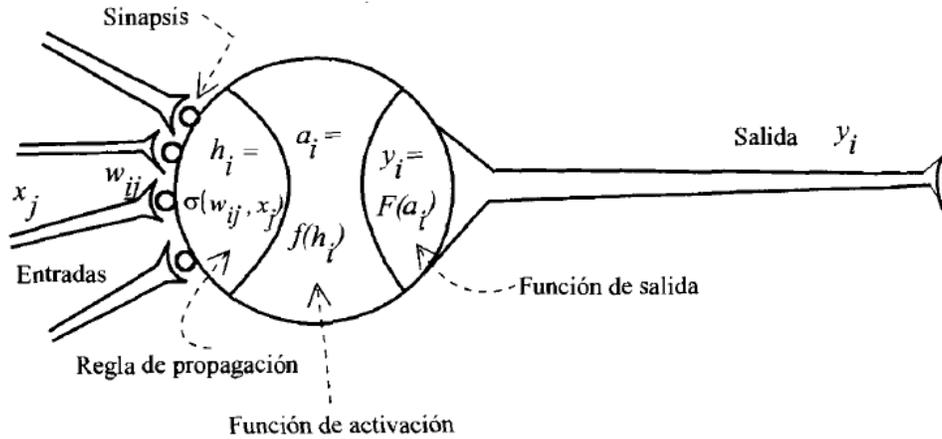


Figura 14: Modelo genérico de una neurona artificial (Del Brio, M. y Sanz, 2001).

Estas neuronas se agrupan formando capas, las cuales se a su vez, conforman las llamadas redes neuronales (Figura 15)

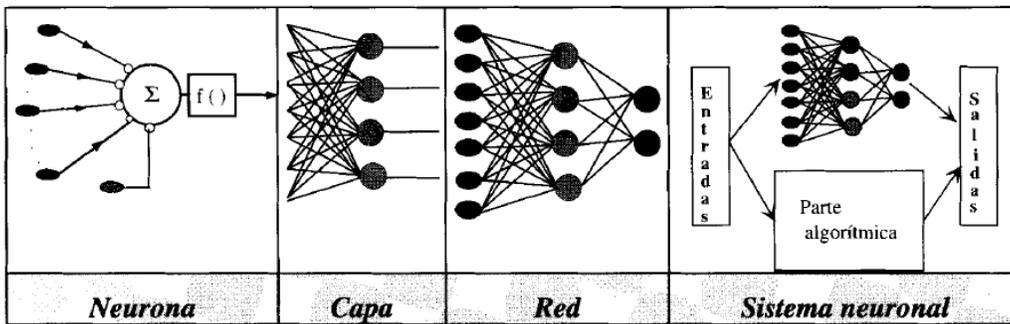


Figura 15: Estructura jerárquica de un sistema basado en NN (Del Brio, M. y Sanz, 2001).

## 2.5.2 Clasificación de las Redes Neuronales

Las redes neuronales se pueden clasificar de acuerdo a su tipo aprendizaje, arquitectura o tipo de resultado. A continuación, se detallarán las distintas clasificaciones.

### 2.5.2.1 Clasificación de acuerdo a su aprendizaje

- **Supervisados**

Consiste en presentarle un conjunto de patrones en la red, junto con la salida deseada u objetivo, con esto, la red es capaz de ajustar los pesos de las neuronas hasta que su salida tiende a ser la deseada, utilizando para ello información detallada del error que comete en cada paso. De esta forma, la red es capaz de estimar relaciones entrada/salida sin necesidad de proponer una cierta forma funcionar de partida.

- **No supervisados**

Se le presenta a la red una multitud de patrones, sin adjuntar la respuesta que se desea. Con esto, durante el proceso de aprendizaje, la red se organiza a sí misma y debe descubrir por ella misma rasgos comunes, regularidades, correlaciones o categorías en los datos de entrada, e incorporarlas a su estructura interna de conexiones (pesos). Para obtener resultados de calidad, la red requiere de un cierto nivel de redundancia en las entradas procedentes del espacio sensorial, en otras palabras, un número de patrones de aprendizaje suficiente.

- **Híbridos**

Combinación de los tipos básicos de aprendizaje en la red, normalmente en distintas capas de neuronas.

- **Reforzados**

Se encuentran entre el aprendizaje supervisado y no supervisado. Como el supervisado, emplea información sobre el error cometido, pero solamente indicando lo bien o mal que se está actuando.

#### 2.5.2.2 *Clasificación según su estructura*

- **Realimentadas**

La información puede circular entre capas en cualquier sentido, incluido el de la salida-entrada. En este caso, se tiene un conjunto de neuronas que actúa como memoria de las características de los patrones procesados previamente.

- **Unidireccionales**

La información fluye en un solo sentido, desde las neuronas de la entrada hacia las de salida. El proceso de ajuste se lleva a cabo por épocas, existiendo un ajuste sólo en términos del error obtenido al comparar con el resultado real.

#### 2.5.2.3 *Clasificación según tipo de resultado*

- **Pronóstico o estimación en nivel**

El output es un valor, una cantidad. Corresponde a una variable continua.

- **Clasificación**

El output es una probabilidad, la red entrega categorías. Corresponde a una variable discreta.

### 2.5.3 Tipos de funcionamiento de las Redes Neuronales Artificiales

- **Aprendizaje o entrenamiento**

Cuando se construye una red neuronal, se parte de un modelo de neuronas y de una determinada arquitectura de red, estableciéndose los pesos iniciales como nulos o aleatorios. Para que la red resulte útil es necesario entrenarla, lo que se conoce como modo de aprendizaje. Este proceso es por el cual se produce el ajuste de los parámetros libres de la red (pesos) a partir de un proceso de estimulación por el entorno que la rodea. Esto se hace a través de una cierta regla de aprendizaje (manera sistemática de cambiar los pesos), construido normalmente a partir de la optimización de una función de error o costo, que mide la eficacia actual de la operación de red. En este proceso, la información contenida en los datos de entrada queda incorporada en la propia estructura de la red neuronal, estructura que se almacena la representación de una cierta imagen de su entorno.

El modo de aprendizaje es de gran importancia, debido a que una característica esencial de las redes neuronales artificiales (R.N.A) es que son sistemas entrenables, capaces de realizar un determinado tipo de razonamiento, aprendiéndolo a partir de un conjunto de ejemplos.

Hay tres aspectos relacionados con el aprendizaje según Reyes & Tapia (2002): La elección del conjunto de entrenamiento y su tamaño, la elección de los parámetros del aprendizaje, y el momento en que debemos detener el aprendizaje.

- **Regla de retro-propagación**

Según Gonzáles & Jiménez (2003) existen diferentes algoritmos para entrenar las redes, siendo fundamental el de retro-propagación del error (Back-propagation) o regla del gradiente. Este algoritmo permite modificar los pesos de cada una de las neuronas de la red en forma proporcional al error de su salida, es cual, por medio de la regla, se va propagando desde la salida final por las capas intermedias hasta la entrada. Los pasos a seguir para este entrenamiento son (Virreira, 1996 citado por Gonzáles & Jiménez, 2003):

- Aplicar un vector de entrada como estímulo para la capa de entrada.
- Propagar esta señal por todas las capas de la red hasta obtener una salida.
- Comparar la salida de la red con el output deseado.
- Calcular una señal de error para unidad de salida.
- Transmitir la señal de error hacia atrás, hacia todos los nodos que estén conectados directamente.
- Los nodos de capas anteriores reciben una fracción del error proporcional al peso de su conexión.
- Actualizar iterativamente los pesos de todas las conexiones de tal manera de disminuir el error.
- En el caso de que no se tenga convergencia, repetir todo lo anterior. Cuando el error resulta aceptablemente pequeño, el aprendizaje se da por concluido.

- **Elección del conjunto de entrenamiento**

El tamaño del conjunto de entrenamiento es de vital importancia para la utilidad práctica de la red. Si los patrones de entrenamiento no transfieren todas las características del problema, el mapeo descubierto durante el entrenamiento sólo se aplica al conjunto de entrenamiento. De esta manera, el rendimiento del conjunto de prueba será mucho peor que el rendimiento del conjunto de entrenamiento. La única regla general es usar una gran cantidad de datos y que estos sean representativos.

La relación entre el tamaño y el conjunto de entrenamiento y el número de pesos de la red neuronal juega un papel muy importante. Si el número de ejemplos de entrenamiento es menor que el número de pesos, se podría producir una memorización de la solución, también conocido como sobre entrenamiento, lo que se traducirá en una pobre generalización. Se recomienda que el número de muestras de entrenamiento sea de al menos el doble que el número de pesos en la red (Reyes & Tapia, 2002).

En el caso de que haya una gran discrepancia entre el rendimiento del conjunto de entrenamiento y el de prueba, se debe detener el aprendizaje. En estos casos se debe aumentar el tamaño del conjunto de entrenamiento y/o producir una mezcla diferente de ejemplos de entrenamiento y prueba.

- **Tamaño de la red**

La forma más eficiente para determinar el tamaño óptimo de la red es a través de la experimentación (Reyes & Tapia, 2002). Un parámetro importante es el número de neuronas en la capa oculta, el cual está relacionado con la capacidad de mapeo de la red. Mientras más grande es su número, mayor es su capacidad para memorizar el conjunto de entrenamiento. Sin embargo, si se continúa aumentando el tamaño de la red, hay un punto donde la generalización empeorará, dado que se sobre entrena, como se explicó en el capítulo pasado. Cada paca aumenta el poder discriminante de la red. Según Reyes & Tapia (2002), en el caso de que el rendimiento de la red disminuya considerablemente desde el conjunto de entrenamiento al conjunto de prueba, una de dos cosas ha ocurrido: el conjunto de entrenamiento no es representativo del dominio del problema, o sea ha configurado la red con muchos pesos produciendo un sobre entrenamiento o sobre ajuste.

- **Parámetros de Aprendizaje**

El objetivo es entrenar tan rápido como sea posible y alcanzar el mejor rendimiento posible. Aumentando el parámetro de la tasa de aprendizaje, se disminuirá el tiempo de entrenamiento, pero también aumentarán las posibilidades de divergencia. Debido a que la corrección del peso depende de las características de la superficie de error y de la tasa de aprendizaje, para obtener un aprendizaje constante es necesario un parámetro adaptativo.

- **Criterio de detención**

Otra situación es cuando detener el entrenamiento. Todos los criterios están basados en el error cuadrático medio. Además, los criterios más utilizados son fijar el número de iteraciones o prefijar un error final. Según Reyes & Tapia (2002), lo que se usa en la práctica es el aprendizaje mínimo incremental, esto quiere decir que cuando entre dos iteraciones consecutivas, el error no disminuye en menos de una cantidad dada o umbral, el entrenamiento debe detenerse.

- **Memorización versus Generalización**

Uno de los aspectos fundamentales se relaciona con la capacidad de las redes neuronales de generalizar a partir de ejemplos, lo que también se conoce como el problema de la memorización frente a la generalización. La generalización es la capacidad de proporcionar una respuesta correcta ante patrones que no han sido empleados en su entrenamiento. En su proceso de entrenamiento se puede considerar tanto como un error en aprendizaje, como un error en generalización. Sabiendo esto, una red se debe entrenar hasta que su error de generalización sea mínimo.

- **Recuerdo o ejecución**

Una vez terminado el aprendizaje, los pesos y la estructura quedan fijos, la red neuronal está en condiciones de procesar datos. Esto se conoce como modo recuerdo o ejecución.

## 2.6 Arreglos ortogonales

Soto (1996) define a los arreglos ortogonales como un tipo de selección de un determinado número de experimentos representativos, de tal forma que los resultados de estos permitan evaluar cada uno de los atributos por separado, es decir, generando la menor interferencia entre ellos.

Un arreglo ortogonal se denota de la siguiente manera:

$$L_a(B^c)$$

Ecuación 11: Arreglo ortogonal (Moreno, 2019)

Donde:

- A: Número necesario de experimentos.
- B: Número de niveles de cada factor.
- C: Número de factores.

Estos pueden tener dos o más niveles, siendo los más usuales aquellos arreglos ortogonales que presentan dos niveles.

### **2.6.1 Diseño arreglo ortogonal**

Soto (1996) explica que para realizar un diseño con experimentos ortogonales se deben ordenar de forma matricial todos los posibles experimentos que se forman con el número de factores y niveles escogidos.

La matriz se debe ordenar de tal forma que cada fila represente un escenario con sus correspondientes niveles por factor, es decir, que existen tantas columnas como factores de estudio.

Para obtener un diseño de experimentos ortogonales se debe cumplir con la condición homónima. Esta implica que la matriz generada debe escoger el conjunto necesario de filas de modo que, al analizar cada par de ellas, cada nivel de cada factor debe de estar combinado con cada nivel de los otros factores en igual número de ocasiones. La cantidad de filas que cumplan con esta condición corresponden al arreglo ortogonal a ensayar y en sus columnas están los niveles que se deben probar para cada factor.

# METODOLOGÍA

El presente estudio tiene como foco el modelamiento de puntos entrada de dilución, utilizando herramientas de inteligencia artificial, concretamente sistemas de redes neuronales artificiales. Para esto se necesita contar con datos de base para que, en base a estos, se pueda llegar a una predicción para puntos de extracción futuros. A continuación, se detalla la metodología experimental que se utilizará en la realización de este trabajo.

## 3.1 Construcción de las bases de datos y simulación de entrada de dilución

Como se nombró anteriormente, para la realización de este trabajo, se necesita tener datos preexistentes con respecto a los puntos de extracción y como ha sido la dilución en estos. Ante la dificultad de conseguir dicha información por parte de una mina real, se construirán siete (7) bases de datos distintas, las cuales tienen como característica el cómo se distribuye el mineral en éstas.

Con el fin de que las diferentes distribuciones del mineral en cada una de las bases de datos (BD) sean consistentes, pero diferentes entre sí, estas serán construidas a mano. Finalmente, estas BD serán de dimensión constante entre ellas, para asegurar la uniformidad de los datos.

Por otro lado, y con respecto a los puntos de extracción, se definirá su posición transversal en las distintas BD y, mediante el parámetro de velocidad de extracción, se variará la posibilidad de caída de bloques superiores.

Ahora, con respecto a la generación de los datos de entrada para su posterior uso en una red neuronal, se escribirá un programa en idioma Python a través de su interfaz gratuita Spyder®, el cual simulará el flujo de extracción por punto teniendo en consideración cuatro (4) variables, denominadas entradas, las cuales son:

- Posición del punto de extracción.
- Estado del punto de extracción vecino.
- Velocidad de extracción.
- Tipo de flujo de extracción.

Esta simulación tendrá como resultado el primer ciclo donde entra dilución por cualquier de los puntos de extracción, dato que servirá como salida (esperado) para su posterior análisis por la herramienta de predicción en base a redes neuronales

De esta forma, esta etapa se subdivide en las siguientes tareas específicas:

- Generación de las bases de datos.
- Creación del programa de simulación en base a lenguaje Python.

### **3.2 Simulación y entrenamiento de la herramienta predictiva**

Como se ha discutido en capítulos anteriores, además de la que información entregada a la red sea estructurada, necesita cumplir con ciertos requisitos, los cuales son:

- Una gran cantidad de datos.
- Que sea representativa.

El primer punto es una consideración con respecto al total de escenarios posibles al realizar la simulación. Sabiendo esto, y teniendo en mente las cuatro variables de entrada y que estas tienen subcategorías (Ej. velocidad de extracción = lento; medio; rápido), es que se considerará una cantidad estimada entre el 70% y el 80% de los escenarios totales para realizar el entrenamiento.

Por otra parte, con respecto al segundo punto, para asegurar la representatividad de los datos de entrenamiento, se aleatorizará la generación de estos. Esto se logrará eligiendo al azar los escenarios simulados. Hay que destacar que, dentro de los casos de prueba, se asegurará entregar los datos unitarios base por punto de extracción.

Finalmente, y con respecto a la herramienta predictiva, hay que aclarar de que la estructura básica de esta no será de elaboración propia, puesto que las diferentes estructuras de redes neuronales están disponibles para su uso de manera libre. Lo que si será específico de este estudio, es la cantidad de neuronas, el tamaño de la red y el tiempo de entrenamiento.

Con esto, esta etapa se subdivide en las siguientes tareas específicas:

- Simulación de escenarios aleatorios.
- Obtención y estructuración de datos a manos de la simulación.
- Entrenamiento de la herramienta predictiva.

### **3.3 Comparación de la herramienta de simulación v/s red neuronal**

Habiendo ya entrenado a la red neuronal con la información obtenida en el paso anterior, y con el objetivo de validar el uso de redes neuronales para la predicción de la entrada de dilución en puntos de extracción, se realizará la simulación de nuevos escenarios, tanto en la herramienta de simulación original, como en la red neuronal entrenada, para cada una de las distintas bases de datos, para su posterior análisis.

En base a este análisis se pretende validar o no el uso de redes neuronales en la estimación de PED.



Tabla 1: Nomenclatura Modelo N°1.

Variable	Representación
0	Estéril
1	Mineral
9	Punto de extracción

### 3.4.2 Desarrollo del programa de simulación

Este programa es el aspecto base del desarrollo de este estudio, por lo que su correcta creación e implementación se hace imperativa para que se lleve a cabo. El programa fue desarrollado de forma personal y específicamente para ser usado en este estudio, por lo que su uso no está disponible al público de manera libre.

El programa fue desarrollado en idioma Python y toma en cuenta diversas situaciones que se detallarán más adelante, con el fin de poder plantear una gran diversidad de escenarios de estudio, con lo cual se alimentará la red neuronal y el arreglo ortogonal.

El programa se basa en el desarrollo de dos puntos de extracción, los cuales son fijos, por lo que no cambia ni su número ni su posición dentro de las diferentes BD, que a su vez intentan emular la distribución de leyes minerales en el espacio. Estos puntos de extracción están sujetos a velocidades de extracción, la cual puede variar entre tres posibilidades, siendo consistente durante la extracción. Por otro lado, la forma de extracción también puede variar, esto quiere decir que el flujo extraído por ambos puntos puede o no ser consistente el uno con el otro o puede ser primero extraído uno en su totalidad, antes de empezar con el otro. Todo esto con el fin de plantear diferentes casos de estudio.

Para la consideración de las distintas variables nombradas con anterioridad, a continuación, se detallarán el cómo están implementadas dentro del programa con el fin de que se pueda verificar su correcta implementación.

- **Posición del punto de extracción**

Dentro de los aspectos que se consideran, este es el más fácil de implementar, dado que se especifica al momento de introducir el modelo al programa. Esto se puede apreciar en Figura 16.

- **Estado del punto de extracción vecino**

Este apartado hace referencia a si determinado punto de extracción está operativo o no. De igual manera al punto anterior, es de fácil implementación ya que, para cerrar un punto de extracción sólo hace falta cambiar su variable en el modelo de nueve a cero. Cabe destacar de que no pueden estar ambos puntos de extracción cerrados dado que se perdería el fin de generación de la data, ya que no habría extracción.

- **Velocidad de extracción**

Como se ha mencionado anteriormente, esta variable determina la probabilidad de que cierto bloque superior caiga a una posición vacía o punto de extracción, con determinada probabilidad, visto gráficamente en Figura 17.

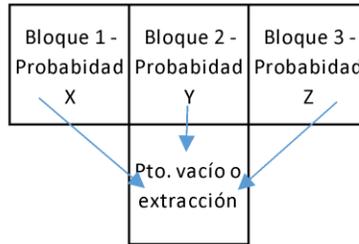


Figura 17: Diagrama de bloques considerados para el flujo (elaboración propia).

Para determinar dicha probabilidad, existen tres casos, los cuales, en base a un número aleatorio, determinan cuál de los bloques superiores va a caer. El código para el primer caso se puede ver en Figura 18, donde se puede ver la probabilidad para caer de cada bloque, siendo en este caso

```

va = rn.random()
if va <= 0.25:
    MP = np.array([-1,-1])
if va>0.25 and va<0.75:
    MP = np.array([-1,0])
if va>=0.75:
    MP = np.array([-1,1])

```

un 50% para el bloque central y un 25% para cada uno de los bloques laterales.

El resto de los casos de velocidad son similares en código, variando la probabilidad para cada bloque, siendo el segundo con igual probabilidad para los tres bloques y el tercer caso, donde tienen mayor probabilidad de caer los laterales. El código específico para estos casos puede ser revisado en **ANEXO**.

- **Tipo de flujo de extracción**

El tipo de flujo de extracción hace referencia a si este es aislado o en paralelo. Para el caso paralelo, que es el más simple, ambos puntos se extraen de manera simultánea, extrayendo uno bloque a la vez por cada punto. Por otro lado, el flujo aislado implica que la extracción es por punto, esto significa que se extrae una serie determinada de bloques por un punto de extracción, y después se extrae la misma cantidad de bloques, pero por el otro punto.

Para la correcta implementación de esta variable, se separó el código del programa por punto de extracción, con el fin de poder editar cual es el orden de activación de los puntos y poder de igual manera, correrlos por separado.

### 3.4.3 Simulación de escenarios aleatorios

La simulación de casos es bastante directa, ya con la información entregada por el arreglo ortogonal y la herramienta de simulación completa, sólo queda elegir una cantidad de simulaciones por caso adecuada para el estudio.

En Figura 19, se muestra la comparativa entre el estado inicial y final de uno de los escenarios de la simulación realizada, para este caso particular, se ocuparon ambos puntos abiertos, flujo paralelo, primer caso de velocidad de extracción y el Modelo N°1, del cual resulta la entrada de dilución en la instancia 57, lo que se interpreta como 56 bloques de mineral antes de que entrara el primer bloque de dilución por alguno de los puntos.

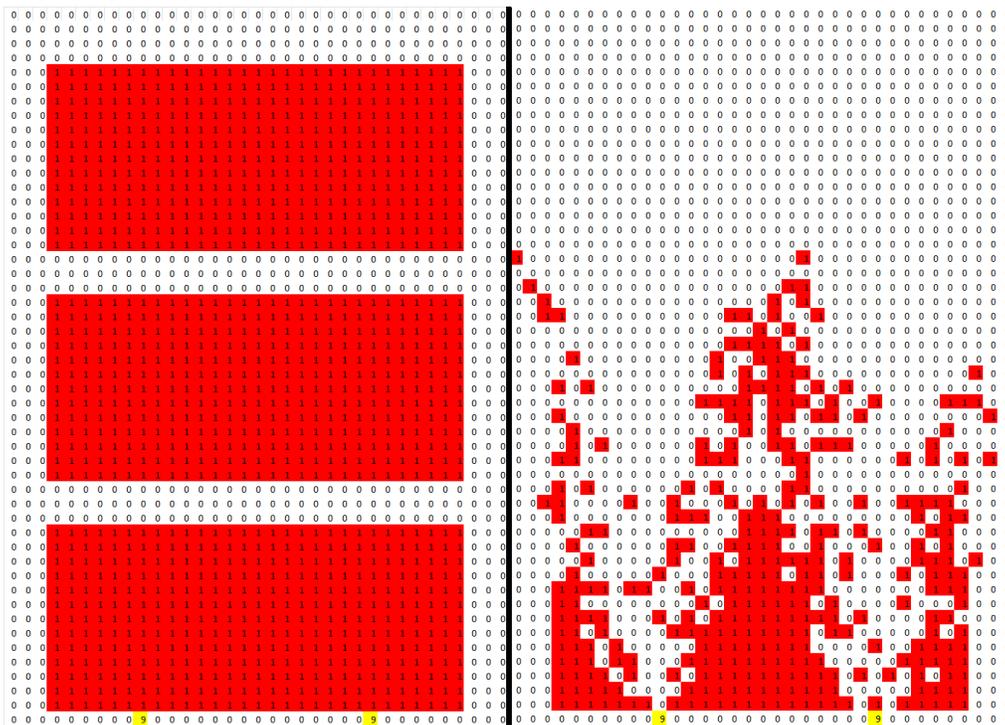


Figura 19: Comparativa de estado inicial vs final (elaboración propia)

Como se ha detallado durante la revisión bibliográfica, la cantidad de muestras de ejemplo, que en este caso son las simulaciones, debe ser un número importante, cosa de que la red neuronal pueda ajustarse de buena manera. Con esto en mente, se decidió hacer trescientas (300) simulaciones por caso, resultando una nueva base de datos con un total de ocho mil cien (8100) casos de estudio.

Ya con las simulaciones hechas, la estructuración de los datos es bastante similar a lo que se ve en Tabla 3, sólo que se agrega una nueva columna con el valor de dilución que resultó de la

simulación, en este caso, el primer valor de dilución que entró por alguno de los puntos. Esto se repite para las trescientas simulaciones y a su vez, para los veintisiete escenarios.

#### 3.4.4 Entrenamiento de la herramienta predictiva

El primer paso para el entrenamiento de la red neuronal, es identificar cual, de las diversas NN disponibles, necesitamos para este caso. Los parámetros para esto están definidos con anterioridad, por lo que sólo se detallará el parámetro a ocupar y el porqué.

- Supervisada  
Esto es debido a que se sabe cuál es la información de entrada, y que es lo que se espera que estime, la entrada de dilución en este caso. Es por esto que se hizo la base de datos con las simulaciones con la estructura antes descrita.
- Unidireccionales  
Tanto la entrega de data, como la propagación es en una sola dirección, esto debido a que la red es supervisada, por lo que se puede estimar la calidad de la estimación en base al error entre el resultado real y el estimado.
- Pronostico  
Dado que la data que se quiere estimar es continua, se necesita una red que sea capaz de estimar este tipo de información.

Una vez se sabe qué tipo de NN es necesaria, el proceso de entrenamiento es directo. Solo queda evaluar la cantidad de capas, neuronas por capa y épocas de entrenamiento de la red.

Para la programación de esta red, se ocupó la librería *keras* para Python, la cual es gratuita y trabaja sobre la librería *Tensorflow*, también para Python que, a diferencia de esta última, tiene un acercamiento más simple y compacto para el usuario.

# RESULTADOS

## 4.1 Arreglo ortogonal

Antes de entregar la información a la red neuronal, hay que saber qué información vamos a proporcionar. Además, con la construcción de la herramienta de simulación, se acotaron muchas de las variables que influyen en la entrada de dilución. Si bien, se han mencionado con anterioridad, se detallan en Tabla 2, con la cantidad específica de escenarios por variable posibles.

Tabla 2: Cantidad de escenarios por variable considerados

Encabezado	Número	Observación
Puntos	1	2 Ptos abiertos
	2	1er Pto abierto
	3	2do Pto abierto
Velocidad	1	Vel. Extracción 1
	2	Vel. Extracción 2
	3	Vel. Extracción 3
Flujo	1	Paralelo
	2	1er pto primero
	3	2do pto primero
Base de Datos	1-7	Identificador de BD

Primeramente, la especificación de que punto está operativo es esencial para poder determinar la entrada de dilución por él y de sus vecinos. Esta información va de la mano con el tipo de flujo y hace referencia a la importancia de la interacción entre puntos y diferencias de tiraje, y como esto afecta en los distintos casos a la entrada de dilución por determinado punto.

Por otro lado, la velocidad de extracción habla de cómo se propaga el caving por el macizo y como las distintas probabilidades de caída de bloque afectan a esto, resonando en que tan rápido llega la dilución al punto de extracción, sujeto obviamente a la Base de Datos.

Finalmente, la base de datos utilizada es el cómo está distribuido el mineral de interés en el espacio, dato de suma importancia del cual depende el cómo se va a realizar la operación minera.

En base a lo anterior, se determinó el número posibles de formas de disponer el programa para la realización de la simulación. Para esto se utilizó la Ecuación 6, presentada en la sección de revisión bibliográfica, donde los valores a utilizar para ésta, están representados de igual manera en Tabla 2, resultando:

$$3[\text{Pto}] * 3[\text{Velocidad}] * 3[\text{Flujo}] * 7[\text{BD}]$$

Con esto, da la posibilidad a 189 escenarios posibles de simulación, los cuales son situaciones ilustrativas, dado que se acotaron muchas variables y escenarios para la realización del programa de simulación. En casos reales, las situaciones podrían ser exponencialmente mayores.

Con el fin de evaluar un número realizable de casos de simulación para obtener la data para la red neuronal, se hizo un arreglo ortogonal (Tabla 3), de donde resultaron un total de 27 escenarios a simular, reduciendo a un 14% los escenarios a simular, asegurando la representatividad de la muestra.

Tabla 3: Arreglo Ortogonal (elaboración propia)

Escenario	Punto	Velocidad	Flujo	Modelo
1	3	3	1	1
2	3	1	2	6
3	2	1	2	7
4	2	1	1	2
5	2	2	3	5
6	1	1	2	2
7	1	1	3	3
8	3	2	3	1
9	2	2	1	6
10	3	1	3	6
11	2	3	3	2
12	2	3	2	1
13	1	2	3	2
14	1	2	1	7
15	1	2	2	1
16	3	2	2	3
17	1	1	1	1
18	3	1	1	5
19	3	3	2	2
20	3	2	1	2
21	2	3	1	3
22	1	3	1	4
23	3	3	3	7
24	1	3	2	5
25	2	1	3	1
26	1	3	3	6
27	2	2	2	4

## 4.2 Modelo

Se realizaron tres modelos de predicción para la estimación de la entrada de dilución. Esto se hace con el fin de poder comparar las eficiencias de dichos modelos. Los modelos fueron regresión lineal, conjoint y redes neuronales, y la base para los escenarios de simulación de todos fue el arreglo ortogonal antes descrito

### 4.2.1 Regresión Lineal

A continuación, en Tabla 4, se muestran las medidas de eficiencia del modelo. Por otro lado, en Gráfico 1, se muestra una comparativa entre los resultados reales y los estimados por el mismo.

Tabla 4: Resumen de Regresión Lineal (elaboración propia).

	r <sup>2</sup>	MSE	RMSE
<b>Regresión Lineal</b>	0.37	3,182	56.41

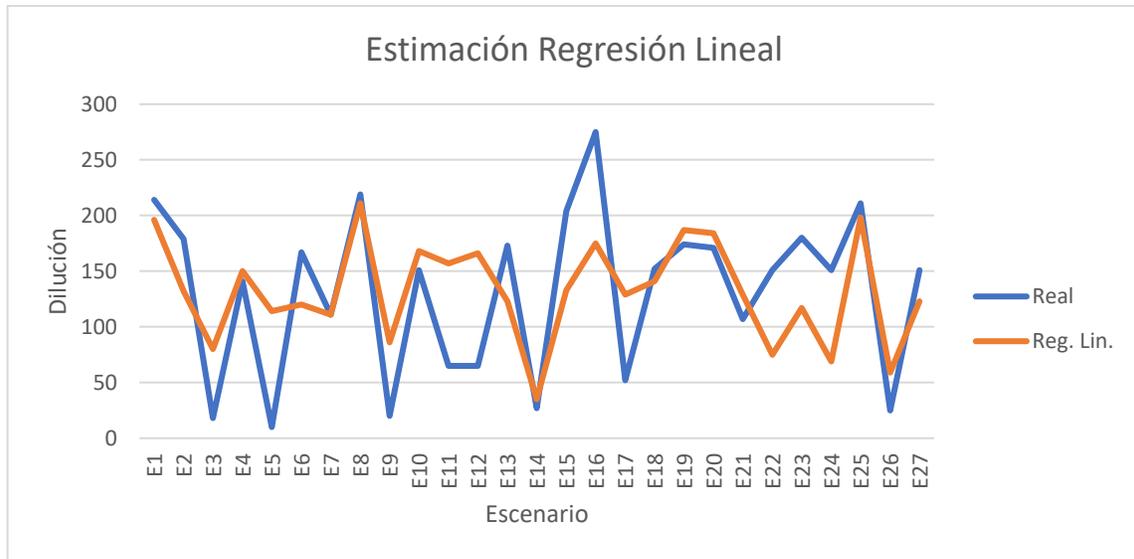


Gráfico 1: Resultados simulación con modelo de regresión lineal (elaboración propia).

Con Tabla 4 se puede ver un factor de correlación ( $r^2$ ) bajo, lo cual indica una poca explicación de la variable dependiente en base a las independientes, lo cual hace más importante el error (RMSE) que se muestra en la misma.

Por otra parte, con Gráfico 1, se puede ver que el modelo está pobremente ajustado, estimando algunos escenarios muy bien, pero la amplia mayoría, de manera deficiente.

#### 4.2.2 Conjoint

A continuación, en Tabla 5, se muestran las medidas de eficiencia del modelo. Por otro lado, en Gráfico 2, se muestra una comparativa entre los resultados reales y los estimados por el mismo.

Tabla 5: Resumen de conjoint (elaboración propia).

	$r^2$	MSE	RMSE
<b>Conjoint</b>	0.66	1,744	41.77

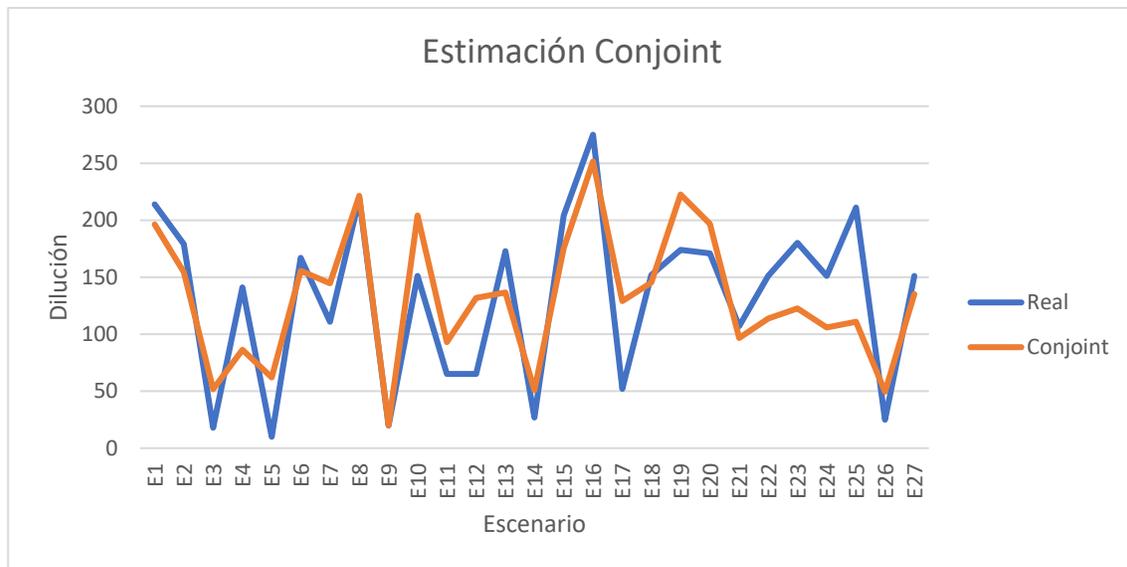


Gráfico 2: Resultados simulación con modelo conjoint (elaboración propia).

Con Tabla 5 se puede ver un factor de correlación ( $r^2$ ) que supera con creces al de la regresión lineal, logrando explicar dos tercios de la variabilidad de la variable dependiente en base a las independientes, además de mostrar un error también menor, lo cual ya indica un mejor ajuste del éste, mejorando su capacidad predictiva.

Por otra parte, con Gráfico 2, se puede ver que el modelo está mejor ajustado que en el modelo anterior, logrando predecir de mejor manera cada escenario.

### 4.2.3 Red Neuronal

#### 4.2.3.1 Ajustes de red neuronal

Como se mencionó anteriormente, si bien la construcción de la NN es directa, en base a código, la estructuración es particular la del caso de estudio. Es por esto que se eligió un caso base sobre el cual partir, y empezar a hacer análisis sobre la red con tal de aumentar la calidad estimadora de esta.

Dado que, en la etapa de modelación de ésta, se eligió una red neuronal de tipo de unidireccional, tenemos el valor de *error cuadrático medio* (RMSE), que es el error entre el dato estimado y el real, para verificar la calidad de la red. Dada la característica de caja negra que tienen las redes neuronales, este es el único parámetro del cual nos podemos valer para ver la calidad de ésta. Para interpretar este dato, hay que entender que mientras sea menor, mejor es la calidad de la estimación.

Para tener una referencia del RMSE, se planteó un caso base en cuanto a la estructuración de la red, escenario que, al igual que el final, sólo utiliza el 80% de los datos para el entrenamiento de esta, y con esto, estimar el 20% restante, caso estando representado en Tabla 6. Tras la realización

de la estimación con este caso base, resulta un RMSE = 69.94 en la estimación de los datos no considerados para el entrenamiento, y un RMSE = 68.95, dado que los valores de dilución varían entre 1 y 300, estamos hablando de, en promedio, casi 70 puntos de diferencia entre el valor real y el estimado.

Por otro lado, el valor del coeficiente de determinación para los valores de entrenamiento es  $r^2 = 0.08$ , mientras que para los datos estimados es de  $r^2 = 0.04$ .

Tabla 6: Características caso base (elaboración propia)

Intento	Épocas	Cantidad Neuronas				
		Capa 1	Capa 2	Capa 3	Capa 4	Capa 5
Base	1	128	64	32	8	1

Con este dato como base para el posterior análisis, se pretende ajustar la red para mejorar la calidad de ésta. Para esto, se toma sólo el conjunto de datos de entrenamiento, con los cuales, se intentan ajustar los distintos parámetros de la NN, teniendo cuidado de no sobre ajustar la misma.

Con esto en mente, se hacen 150 estimaciones con los datos de entrenamiento, de los cuales se promedia el RMSE, para ver si el error disminuye en cuanto se varían los distintos parámetros. Lo primero que se hizo, fue buscar el mejor valor para las épocas de aprendizaje. Para esto, se dejó la cantidad de neuronas y capas fijas, se fue variando la cantidad de épocas, cuyos resultados se pueden ver en Gráfico 3.

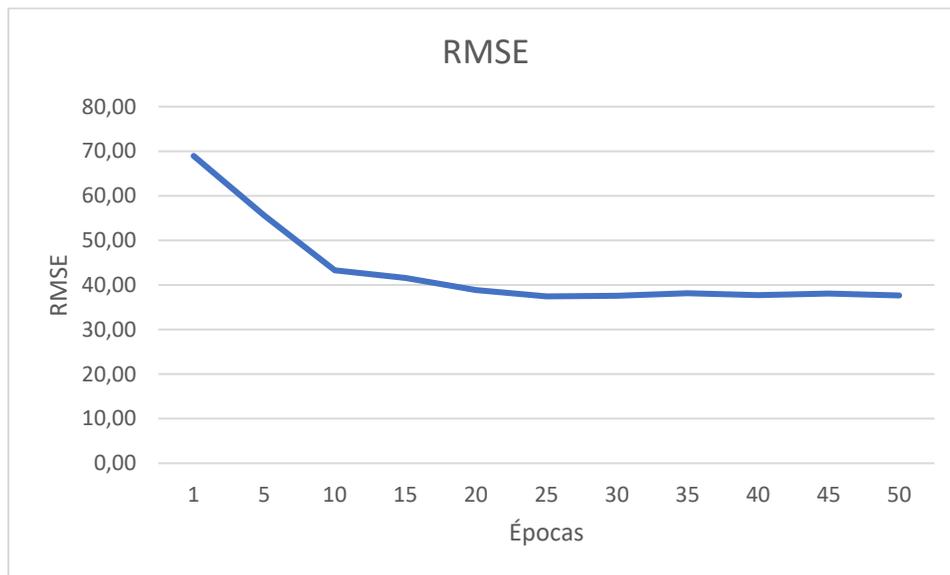


Gráfico 3: RMSE promedio variando épocas de entrenamiento (elaboración propia).

En el Gráfico 3, se puede apreciar cómo después de la época 25, el RMSE promedio de la estimación se mantiene prácticamente constante, por lo que se elige esta cantidad de épocas de entrenamiento para seguir con el estudio.

A partir del caso anterior, se hace un estudio similar, pero esta vez variando la cantidad de capas presentes en la red. Para esto, se dejó la cantidad de épocas fijas y para quitar o agregar capas, se utilizaron la misma cantidad de neuronas que en el caso base, dependiendo de la cantidad de capas.

El resultado de esto se puede ver en Gráfico 4, donde se puede apreciar que el error se mantiene constante posterior a la estimación con cuatro capas.

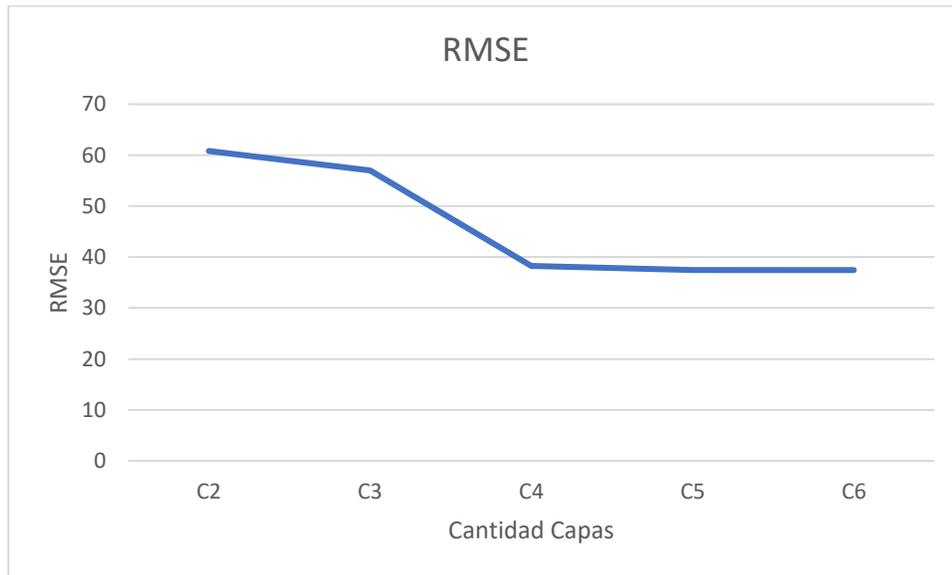


Gráfico 4: RMSE promedio variando la cantidad de capas (elaboración propia).

Finalmente, con el caso anterior como base, se pueden variar la cantidad de neuronas por capa, dejando las épocas y las capas fijas. Los escenarios de estudio para esta parte, quedan descritos en Tabla 7 y su respectivo error en Gráfico 5.

Tabla 7: Escenarios para variación de neuronas por capa (elaboración propia).

Intento	Cantidad Neuronas			
	Capa 1	Capa 2	Capa 3	Capa 4
1	64	32	16	1
2	128	64	8	1
3	128	64	32	1
4	150	100	50	1
5	256	64	8	1
6	64	64	64	1

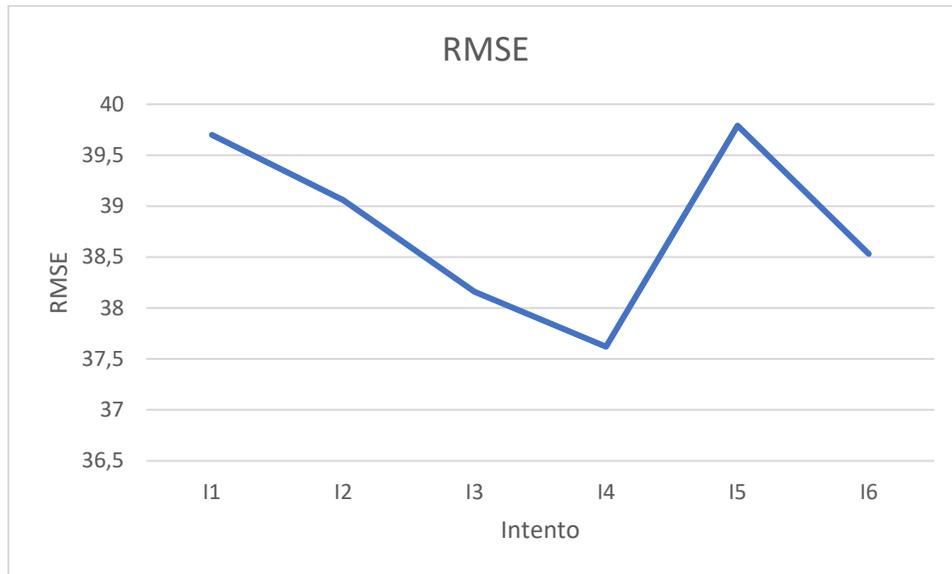


Gráfico 5: RMSE promedio variando neuronas por capa (elaboración propia).

Finalmente, se tiene la red neuronal completa, cuyo resumen se puede ver en Tabla 8, y esta es la estructura que se ocupará para hacer la estimación con el 20% restante de los escenarios que no se ocuparon para el entrenamiento de esta.

Tabla 8: Resumen red neuronal (elaboración propia).

Intento	Épocas	Cantidad Neuronas			
		Capa 1	Capa 2	Capa 3	Capa 4
Final	25	150	100	50	1

#### 4.3.2.2 Estimación

Para la realización de la estimación, se ocupó la red ajustada anteriormente, la cual se utilizó para la estimación del 20% de los datos restantes, los cuales son excluyentes de lo ocupados para el entrenamiento de la red.

A continuación, en Tabla 9, se muestran las medidas de eficiencia del modelo. Por otro lado, en Gráfico 6, se muestra una comparativa entre los resultados reales y los estimados por el mismo.

Tabla 9: Resumen de red neuronal (elaboración propia).

	$r^2$	MSE	RMSE
Red Neuronal	0.74	1,413	37.60

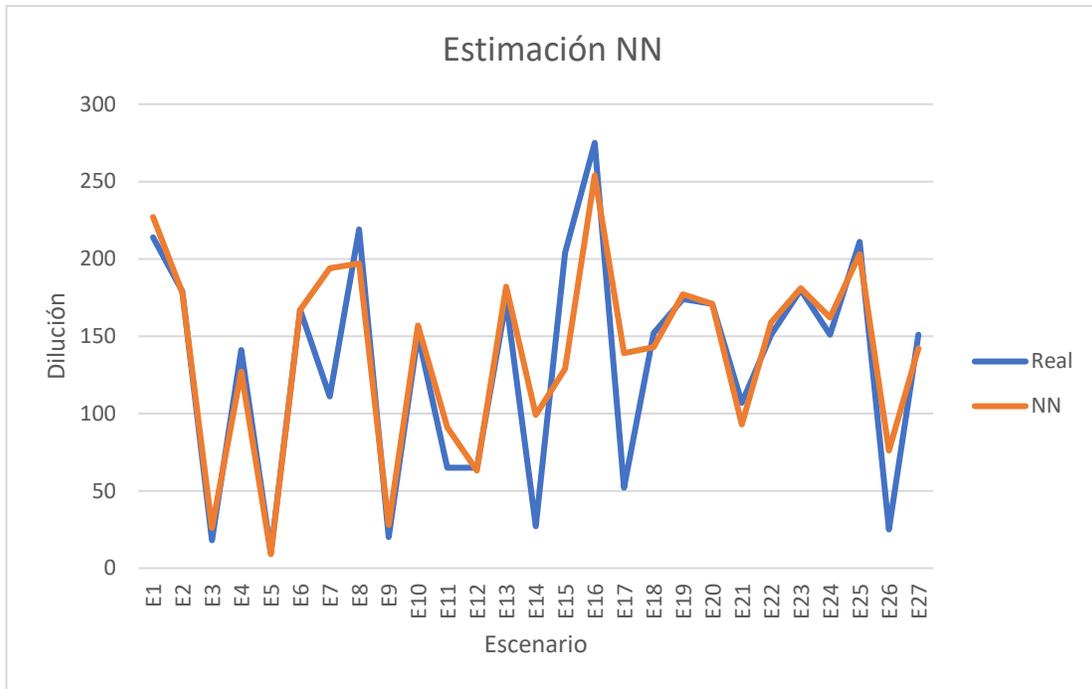


Gráfico 6: Resultados simulación con modelo de red neuronal (elaboración propia).

Con Tabla 9 se puede ver un factor de correlación ( $r^2$ ) más alto que en casos anteriores, logrando explicar casi tres cuartos de la variabilidad de la variable dependiente mientras que, por otro lado, el error también es el menor de los modelos hasta ahora. Lo cual se puede ver gráficamente en Gráfico 6, donde se puede ver que la red estima, en su mayoría, de manera bastante cercana a los valores reales, salvo en algunos casos.

# ANÁLISIS

## 5.1 Comparación de modelos

Los coeficientes de determinación de los tres modelos generados, son diferentes en gran medida los unos con los otros, por lo que hay un grado de variabilidad el cual no está siendo explicado por estos. En Tabla 10 se puede apreciar un resumen/comparativa de éstos para cada modelo.

Tabla 10: Resumen  $r^2$  de los modelos

	$r^2$
<b>Regresión Lineal</b>	0.37
<b>Conjoint</b>	0.66
<b>Red Neuronal</b>	0.74

El coeficiente de determinación del modelo de regresión lineal logra explicar un poco menos del 40% de la variabilidad de la entrada de dilución, lo cual se podría arreglar quizás agregando variables independientes al modelo, y quizás tener que calcular este coeficiente, pero ajustado.

Para el coeficiente de determinación del modelo de conjoint, pese a ser un tipo de regresión lineal, éste logra explicar dos tercios de la variabilidad de la entrada de dilución, lo cual es considerablemente más alto que su contraparte anteriormente nombrada. Sin embargo, el bajo valor de esto, debe ser debido a la necesidad de incluir más variables independientes para la estimación.

Finalmente, el  $r^2$  de la red neuronal, es el que mejor se logra ajustar a la estimación de la entrada de dilución según los casos reales, logrando explicar un 75% de la variabilidad de la variable dependiente. Por otro lado, y al igual que en los casos anteriores, la consideración de agregar más variables independientes, puede ser la respuesta para elevar este valor.

Por otro lado, el error asociado en la estimación de la entrada de dilución, en cada modelo, va en correspondencia con el valor del  $r^2$ , siendo el error menor, el del modelo de redes neuronales. El detalle de los errores se puede ver a continuación, en Tabla 11.

Tabla 11: Resumen de errores de los modelos (elaboración propia)

	MSE	RMSE
<b>Regresión Lineal</b>	3,182	56.41
<b>Conjoint</b>	1,744	41.77
<b>Red Neuronal</b>	1,413	37.60

Si bien la red neuronal tiene el menor error de todos, sigue siendo un error considerable, llegando a fallar por cerca de 40 puntos en la estimación de entrada de dilución. Estos errores son bastantes considerables dada la magnitud de la variabilidad de este valor (de 1 a 300), por lo que

la estimación por medio de redes neuronales, que es el mejor modelo en este caso, es aceptable, pero no definitiva.

## **5.2 Logros del modelo**

En general, y según los gráficos de los resultados de las estimaciones con los modelos descritos, hay una gran variabilidad en la calidad de los modelos, aunque todos rondan valores cercanos de error, se puede apreciar como el modelo hecho a partir de redes neuronales es el que mejor se ajusta para el estudio.

El modelo generado con regresión lineal, fue sin duda el peor de los tres generados en este estudio, teniendo una explicación de la variable dependiente muy baja. Sin embargo, el ajuste logra predecir la tendencia de estimación de manera competente, más no así los valores de cada escenario.

El modelo generado con conjoint es una sorpresa, dado lo bien que se ajusta la estimación y tendencia de éstas. Si bien es un punto medio entre la regresión lineal y la red neuronal, en cuanto a su calidad, es una buena aproximación a los valores de los escenarios reales.

Finalmente, el modelo de redes neuronales, es el que mejor se ajusta de los tres, teniendo el mayor coeficiente de determinación y menor error. Aunque no es perfecto, logra predecir de muy buena manera la tendencia de los datos, fallando un poco en su valor per se. Es por eso, que es la mejor alternativa, en este estudio, para la estimación de entrada de dilución.

## Conclusiones y recomendaciones

### 6.1 Conclusiones

A partir de lo anterior, es posible señalar que la elección de las variables consideradas para el programa de simulación no fue la mejor, debido a que quizás el modelo acotó muchas de las variables que afectan realmente a la entrada de dilución por un punto extracción. Esto se ve expresado en la diferencia entre el valor máximo y resultado del coeficiente de determinación.

A su vez, la elección de escenarios para la simulación, en base a arreglos ortogonales es excelente al momento de asegurar la representatividad de las simulaciones, disminuyendo considerablemente la cantidad de escenarios. Esto se ve representado en el buen ajuste del modelo de conjoint y redes neuronales.

Los modelos creados en este estudio predicen, con cierta variabilidad, la entrada de dilución para distintos escenarios, los cuales combinan variables como el punto de extracción, tipo de flujo, velocidad de extracción y estado del punto de extracción. En general, los tres modelos generados, logran seguir la tendencia de los datos de buena manera.

El modelo generado por redes neuronales es el que mejor resultados obtuvo para la estimación, logrando predecir de buena manera el punto de salida de dilución en los distintos escenarios y siendo un resultado bastante más cercano al real que los otros dos modelos generados.

La estimación de la entrada de dilución es algo fundamental en el proceso de extracción de material en una mina, para lo cual existen métodos como el de Laubscher o más recientemente el de Susaeta, los cuales son indispensables. Por otro lado, la utilización de las redes neuronales, durante este estudio, logran explicar de buena manera, la misma situación, sin embargo, necesitan una base de datos con información particular del caso para poder hacer dicha estimación, esto debido a que cada mina es un caso particular, por lo que este estudio no plantea una sustitución, si no una alternativa una vez ya iniciada la faena minera.

### 6.2 Recomendaciones

La utilización de data tomada a partir de escenarios reales o generada a partir de una herramienta de simulación más robusta podría ser la clave para mejorar la calidad de la estimación, dado que se podrían aumentar las variables a considerar y la calidad de los datos medidos.

## BIBLIOGRAFÍA

- Arancibia, L. (2017). *Modelo Multivariable de Ingreso de Dilución en Minería de Caving*.
- Del Brio, M. y Sanz, A. (2001). *Redes neuronales y logica borrosa* (2nd Ed.). Alfaomega.
- Espinoza, C. (2002). *Presentación Redes Neuronales: El Análisis Técnico en su expresión más avanzada*. Universidad de Chile, Chile.
- Gonzáles, I., & Jiménez, J. (2003). *Predicción de la variación del tipo de cambio con redes neuronales*. Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas. Universidad de Chile, Chile.
- Kvopil, R. (1965). Gravity Flow of Granular Materials in Hoppers and Bins. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, 2(1), 25–34.
- Kvopil, R. (1992). Sublevel Caving. In *SME Mining Engineering Handbook* (2nd Ed.).
- Laubscher, D. (1994). *The State of Art - Laubscher*. October, 279–293.
- Laubscher, D. (2000). a Practical Manual on Block Caving. *A Practical Manual on Block Caving*, 89–100.
- Laubscher, D. (2006). *Cave Mining Handbook*. 1–138.
- Leiva, B (2020). *Sistema de Ventilación para una Mina Caving Mediante Inteligencia Artificial*. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil de Minas. Universidad de Talca, Curicó.
- Minsky, M. (1952). *Neural-Analogue Calculator Based upon a Probability Model of Reinforcement*. Harvard University Psychological Laboratories. EEUU.
- Moreno, R. (2019). *Metodología para el diseño de rampas en base análisis conjunto*. Memoria para optar a título de Ingeniero Civil de Minas. Universidad de Talca, Curicó.
- Paredes, P. (2012). *Mecanismos de entrada de dilución en minas de Block/Panel Caving*. Universidad de Chile.
- Reyes, D., & Tapia, V. (2002). *Evaluación de los distintos modelos de redes neuronales en la predicción de valores financieros*. Facultad de Ciencias Económicas y Administrativas, Universidad de Chile, Chile.
- Susaeta, A. (2004a). *Theory of gravity flow (Part 1)*. Proceedings MassMin 2004, Santiago. Instituto de Ingenieros de Chile, Chile.
- Susaeta, A. (2004b). *Theory of gravity flow (Part 2)*. Proceedings MassMin 2004, Santiago. Instituto de Ingenieros de Chile, Chile.
- Vargas, R. (2010). *Metodología de diseño de malla de extracción en block y panel caving incorporando back-analysis*. Universidad de Chile, Chile.
- Virreira, R. (1996). *La Aplicación de Redes Neuronales a Cambiarios, Predicción y Transacción en Mercados*.

Universidad Católica, Chile.











